Hoofdstuk 9

Meerfasige stelsels

Doelstellingen

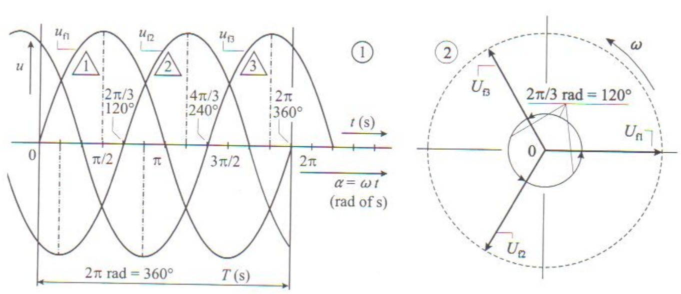
1. Weten waarom meerfasige stelsels gebruikt worden
2. Verband tussen de fase- en lijngrootheden kennen
3. Verschillende types meerfasige netwerken kunnen berekenen

9.1 Wat is een meerfasig stelsel

Een meerfasig systeem bestaat uit een stelsel van verschillende wisselspanningen, op dezelfde frequentie, over een hoek met mekaar verschoven.

Een meerfasig evenwichtig stelsel is een stelsel van verscheidene wisselspanningen, met gelijke effectieve waarden, gelijke frequenties en gelijke onderlinge faseverschuivingen.

In ons geval gaan we vooral werken met driefasige stelsels zoals hieronder afgebeeld.

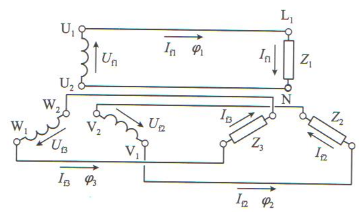


Men kan de drie fasen op verschillend manieren met mekaar verbinden. In het algemeen heeft men onderstaand stelsel waar de kringen afzonderlijk geschakeld zijn. Dit zijn dus enkelfasekringen en men heeft niet echt een meerfasig stelsel.

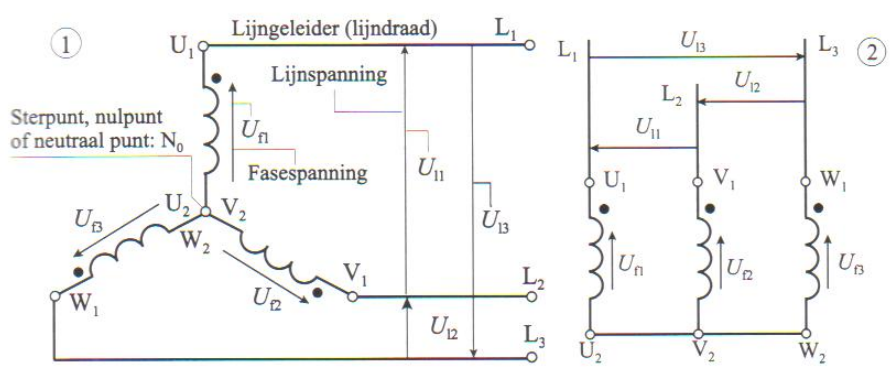
Men moet dus telkens een heengaande en een terugkerende draad plaatsen om dit netwerk te doen werken. Als men hier echter een meerfasig netwerk van maakt heeft men minder draden nodig want de heengaande van de ene is de terugkerende van de andere. Men heeft dus een dubbel gebruik van de bedrading.

Bovendien ligt het rendement van de meerfasige stelsels hoger dan van éénfasige stelsels.

Historisch is het meerfasige stelsel gegroeid uit de opstartproblematiek van éénfasige motoren die niet uit zichzelf kunnen opstarten maar met meerfasige systemen was dit probleem opgelost.



9.2 Sterschakeling



Als we de figuur goed bekijken zien we dat het mogelijk is om op verschillende manieren de spanningen te definieren.

Tussen de lijnen hebben we lijnspanningen: $u_{f1} = u_{f2} = u_{f3}$

Tussen de fasen hebben we fasespanningen: $u_{l1} = u_{l2} = u_{l3}$

Het is duidelijk dat deze types spanningen niet met mekaar overeenkomen.

We kunnen echter een verband opstellen tussen deze grootheden via de formules van de willekeurige driehoek want de momentele waarde van de lijnspanning is gelijk aan het verschil van de momentele waarden van de fasespanningen over deze lijn.

$$\begin{aligned} u_{l1} &= u_{f1} - u_{f2} \\ U_{l1}^2 &= U_{f1}^2 + U_{f2}^2 - 2U_{f1}U_f \cos(120) \\ U_l^2 &= U_f^2(2+1) \end{aligned}$$

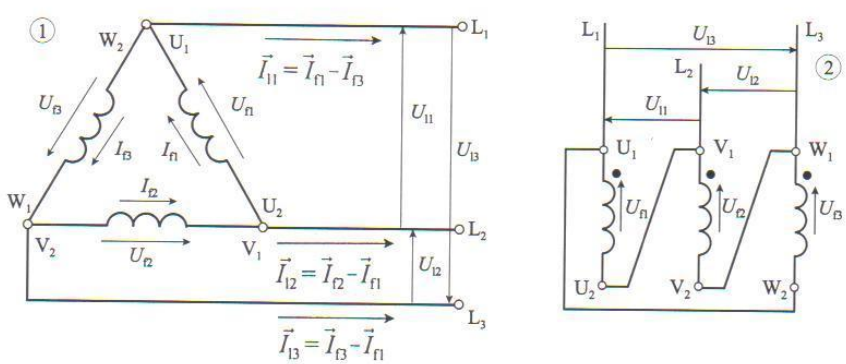
Hieruit volgt dat het verband tussen lijn- en fasespanning in ster is:

$$U_l = \sqrt{3}U_f$$

De fasestromen en de lijnstromen daarentegen zijn wel hetzelfde dus

$$I_f = I_l$$

9.3 Driehoeksschakeling



Op de figuur zien we dat nu fase- en lijnspanningen wel hetzelfde zijn echter de stromen verdelen zich in een knooppunt van de driehoek zodat fase- en lijnstromen niet meer overeen komen. Met een zelfde werkwijze komen we tot

$$I_l = \sqrt{3}I_f$$

en

$$U_l = U_f$$

9.4 Vermogens in driefasige netwerken

De vermogens kan men berekenen via de fase- of de lijngrootheden. Altijd geldig is

$$P = \sqrt{3}I_f U_f \cos(\varphi)$$

In driehoek krijgen we

$$P = 3U_l \frac{I_l}{\sqrt{3}} \cos(\varphi) = \sqrt{3} U_l I_l \cos(\varphi)$$

In ster krijgen we

$$P = 3 \frac{U_l}{\sqrt{3}} I_l \cos(\varphi)$$

In het algemeen geldt dus altijd

$$P = \sqrt{3} U I \cos(\varphi)$$

Voor het schijnbaar en reaktief vermogen kunnen we dezelfde redenering vooropstellen en gelden dezelfde principes als uit de éénfasige netwerken waaruit volgt

$$Q = \sqrt{3} U I \sin(\varphi)$$

$$S = \sqrt{3} U I$$

$$S^2 = P^2 + Q^2$$

9.5 Oefeningen

9.5.1 Ster-driehoekschakeling

De bronnen staan in ster en de belastingen in driehoek. De bronnen hebben fasespanningen van 144,43V. De belastingen bestaan uit drie weerstanden namelijk $R_1 = 25\Omega$,$R_2 = 31,25\Omega$ en $R_3 = 12,5\Omega$. Bereken de lijnstromen en fasestromen van de verbruikers.

oplossing

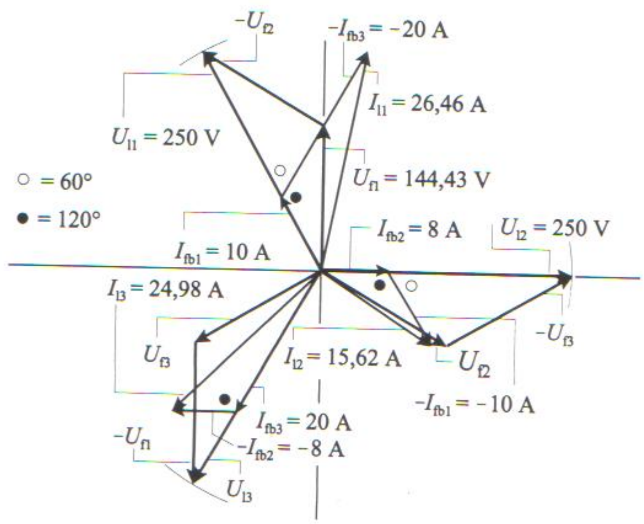
De drie lijnspanningen zijn $U_l = \sqrt{3} U_f = \sqrt{3} 144.43V = 250V$

De drie fasestromen zijn aldus

$$\begin{aligned} I_{fb1} &= \frac{U_{l1}}{R_1} = \frac{250}{25} = 10A \\ I_{fb2} &= \frac{U_{l2}}{R_2} = \frac{250}{31,25} = 8A \\ I_{fb3} &= \frac{U_{l3}}{R_3} = \frac{250}{12,5} = 20A \end{aligned}$$

De drie lijnstromen volgen uit de vektoriele som via de formules van de willekeurige driehoek

$$\begin{aligned} I_{l1} &= \sqrt{10^2 + 20^2 + 2.10.20.\cos(60)} = 26,46A \\ I_{l2} &= \sqrt{8^2 + 10^2 + 2.8.10.\cos(60)} = 15,62A \\ I_{l3} &= \sqrt{20^2 + 8^2 + 2.8.20.\cos(60)} = 24,98A \end{aligned}$$



9.5.2 Driehoek-sterschakeling

De bronnen staan in driehoek en de verbruikers in ster. De lijnspanningen zijn 416V. De symmetrische driefasebelasting bestaat uit drie identieke impedanties: $Z = 24\Omega + j18\Omega$ Bepaal de drie lijnstromen.

oplossing

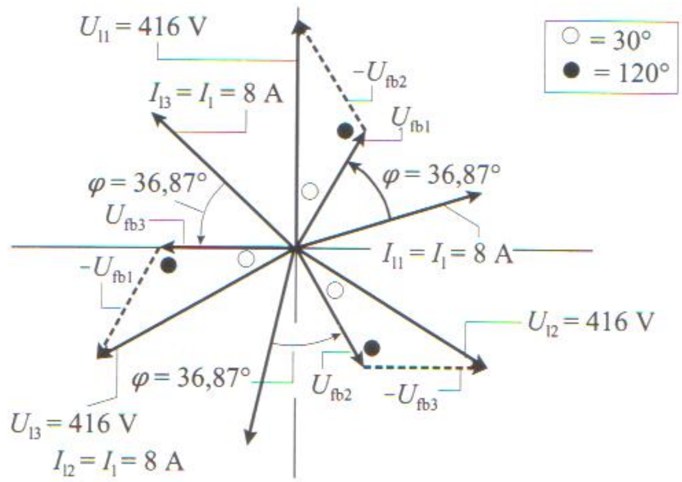
$$
\begin{aligned}
Z &= \sqrt{24^2 + 18^2} = 30\Omega \\
U_{fb} &= \frac{U_l}{\sqrt{3}} = \frac{416}{\sqrt{3}} = 240V \\
I_l &= \frac{U_{fb}}{Z} = \frac{240}{30} = 8A \\
\varphi &= (\frac{18}{24}) = 36,87 graden
\end{aligned}
$$

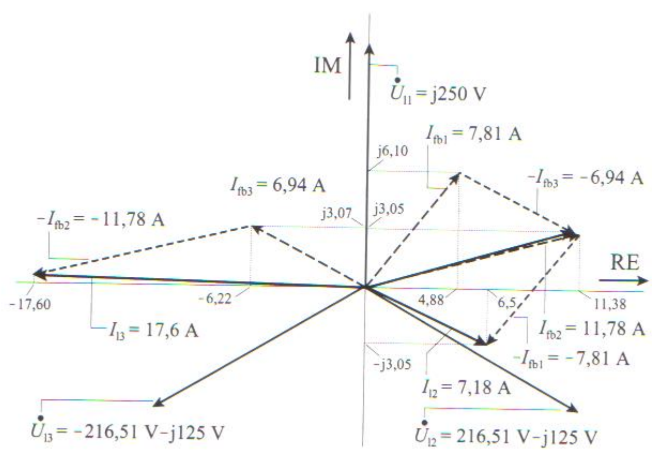
9.5.3 Driehoek-driehoekschakeling

De bronnen en de verbruikers staan beide in driehoek.De lijn- en dus ook de fasespanningen zijn gelijk aan 250V. De belasting bestaat uit volgende drie impedanties $Z_1 = 25\Omega + j20\Omega$, $Z_2 = 15\Omega - j15\Omega$, $Z_3 = 20\Omega + j30\Omega$. Bereken lijn- en fasestromen.

oplossing

$$
\begin{aligned}
U_{l1} &= j250V \\
U_{l2} &= 250(\cos(-30) + j\sin(-30)) = (216,5 - j125)V
\end{aligned}
$$


U_{l1} = 416 V
$-U_{fb2}$
○ = 30°
● = 120°
$I_{l3} = I_l$ = 8 A
U_{fb1}
φ = 36,87°
φ = 36,87°
U_{fb3}
$I_{l1} = I_l$ = 8 A
$-U_{fb1}$
U_{l2} = 416 V
φ = 36,87°
U_{fb2}
$-U_{fb3}$
U_{l3} = 416 V
$I_{l2} = I_l$ = 8 A


IM
$\dot{U}_{l1}$ = j250 V
I_{fb1} = 7,81 A
j6,10
I_{fb3} = 6,94 A
$-I_{fb3}$ = −6,94 A
j3,07
j3,05
$-I_{fb2}$ = −11,78 A
RE
−17,60
−6,22
4,88
6,5
11,38
I_{l3} = 17,6 A
I_{fb2} = 11,78 A
$-I_{fb1}$ = −7,81 A
−j3,05
I_{l2} = 7,18 A
$\dot{U}_{l3}$ = −216,51 V−j125 V
$\dot{U}_{l2}$ = 216,51 V−j125 V

$$U_{l3} = 250(\cos(-150) + j\sin(-150)) = (-216.5 - j125)V$$

Hieruit halen we de fasestromen in de verbruiker

$$\begin{aligned}
I_{fb1} &= \frac{U_{l1}}{Z_1} = \frac{j250}{25+j20} = \frac{j250(25-j20)}{25^2+20^2} \\
I_{fb2} &= \frac{U_{l2}}{Z_2} = \frac{216,5-j125}{15-j15} = \frac{(216,5-j125)(15+j15)}{15^2+15^2} \\
I_{fb3} &= \frac{-216,5-j125}{20+j30} = \frac{(-216,5-j125)(20-j30)}{20^2+30^2}
\end{aligned}$$

In complexe notatie worden de fasestromen dus

$$\begin{aligned}
I_{fb1} &= 4,88 + j6,1A \\
I_{fb2} &= 11,38 + j3,05A \\
I_{fb3} &= -6,22 + j3,07A
\end{aligned}$$

De effektieve waarden van deze fasestromen zijn aldus

$$\begin{aligned}
I_{fb1} &= \sqrt{4,88^2 + 6,1^2} = 7,81A \\
I_{fb2} &= \sqrt{11,38^2 + 3,05^2} = 11,78A \\
I_{fb3} &= \sqrt{6,22^2 + 3,07^2} = 6,94A
\end{aligned}$$

De complexe uitdrukkingen va de drie lijnstromen volgen uit de vektorsom

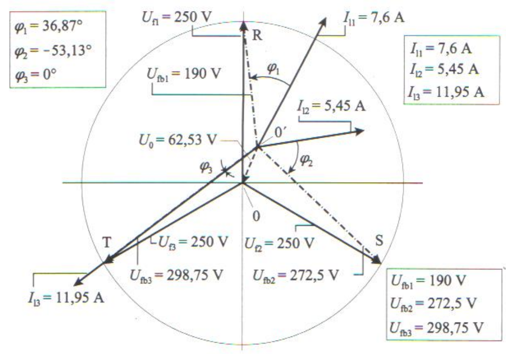
$$\begin{aligned}
I_{l1} &= I_{fb1} - I_{fb3} = 4,88 + j6,1 + 6,22 - j3,07 = 11,1 + j3,03A \\
I_{l2} &= I_{fb2} - I_{fb1} = 11,38 + j3,05 - 4,88 - j6,1 = 6,5 + j3,05A \\
I_{l3} &= I_{fb3} - I_{fb2} = -6,22 + j3,07 - 11,38 - j3,05 = -17,6 + j0,02A
\end{aligned}$$

De effektieve waarden worden dan

$$\begin{aligned}
I_{l1} &= \sqrt{11,1^2 + 3,03^2} = 11,51A \\
I_{l2} &= \sqrt{6,5^2 + 3,05^2} = 7,18A \\
I_{l3} &= \sqrt{17,6^2 + 0,02^2} = 17,6A
\end{aligned}$$

9.5.4 Ster-sterschakeling

In dit geval heeft men twee mogelijke schakelingen, namelijk met of zonder nulgeleider. Bij symmetrische belasting is er geen onderscheid maar bij asymmetrische belasting is er wel degelijk een groot onderscheid. In dat geval zal de schakeling met nulgeleider het onevenwicht wegwerken over zijn nulgeleider en is het probleem van asymmetrie opgelost. In het andere geval zonder nulgeleider zal het systeem volledig uit evenwicht getrokken worden en zal een nulpuntsverschuiving plaats vinden aan de verbruikerszijde. Dit wordt afgebeeld op onderstaande tekening. De berekeningen vallen buiten het bestek van de cursus.



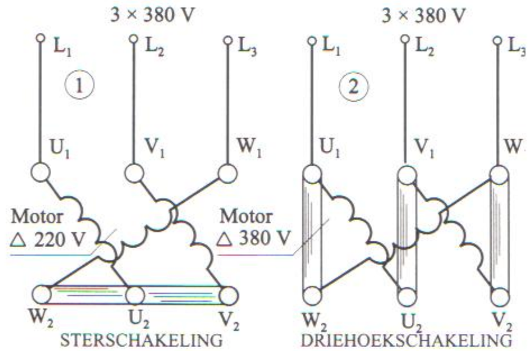
9.6 Aansluitingsschema

Onderstaande afbeelding geeft weer hoe de klemmen moeten aangesloten worden in het geval van ster of driehoeksschakeling

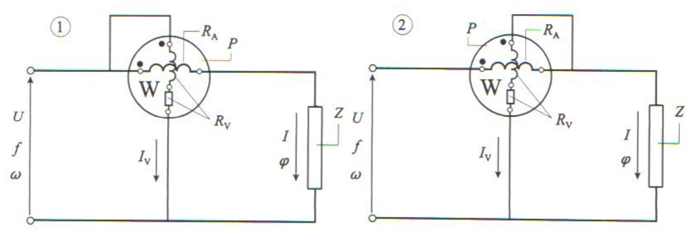
9.7 Meten van het vermogen

9.7.1 Enkelfasig netwerk

Voor het meten van aktief vermogen gebruikt men een wattmeter.Men kan ook werken met en volt- en ampéremeter maar dit is iets omslachtiger.



Men kan de wattmeter op twee manieren schakelen doch steeds treedt er een meetfout op.



Als men kijkt naar onderstaande figuur stelt men vast dat er twee mogelijke schakelingen zijn. Men schakelt de spanningsspoel aan bronzijde en men meet een aktief vermogen dat iets groter is dan het vermogen opgenomen door de belasting.De stroomspoel van de wattmeter neemt ook wat vermogen op en we moeten dus het gemeten vermogen verminderen met het vermogen dat de stroomspoel opneemt $R_A I_A^2$.

Als we de tweede schakeling gebruiken hebben we net hetzelfde probleem want nu zal de spanningsspoel vermogen opnemen, $R_V I_V^2$ dat dan ook moet afgetrokken worden van de gemeten waarde.

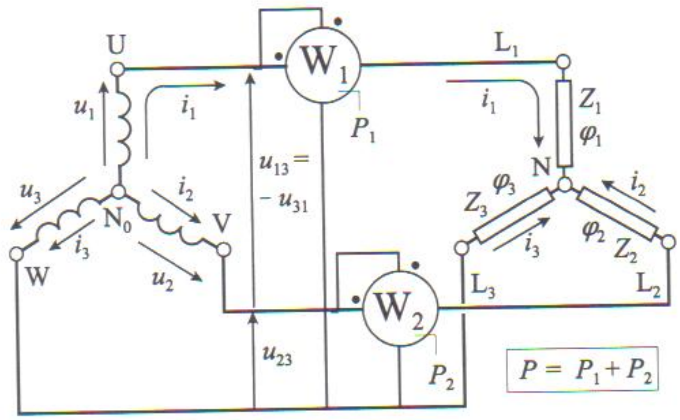
9.7.2 Meerfasig netwerk

Als we een evenwichtig systeem moeten opmeten volstaat het één wattmeter te plaatsen op één fase en te vermenigvuldigen met drie.

Als we echter een niet evenwichtig systeem moeten opmeten moeten we elke fase opmeten en dus in elk van de drie fasen een wattmeter plaatsen. In elk van deze gevallen moeten we echter een nulleider hebben of er één kunstmatig aanleggen.

Een elegantere methode en universeel geldig ook zonder nulleider is de twee wattmeter methode.

Hier plaatsen we twee wattmeters in een driefasig systeem en we gebruiken de overblijvende lijn als referentie voor de spanningsspoelen.



De momentele waarde van het aktief vermogen is

$$p = u_1 i_1 + u_2 i_2 + u_3 i_3$$

Uit de relatie

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

volgt

$$i_3 = -i_1 - i_2$$

dus hebben we

$$p = u_1 i_1 + u_2 i_2 - u_3 i_1 - u_3 i_2 = (u_1 - u_3) i_1 + (u_2 - u_3) i_2$$

anders gesteld

$$p = -u_{31} i_1 + u_{23} i_2$$

of

$$p = u_{13} i_1 + u_{23} i_2$$

De ene wattmeter meet nu het eerste berekende vermogen en de tweede het tweede berekende vermogen. Dus kan met deze methode het totale vermogen gemeten worden.