Hoofdstuk 3

Elektrodynamica

Doelstellingen

1. Weten wat elektrische stroom,spanning en vemogen is en het verband ertussen kennen
2. Elektrische netwerken kunnen oplossen

Elektrodynamica houdt de studie in van beweging van ladingen dus moeten we een aantal nieuwe grootheden invoeren. Bovendien zullen we in dit hoofdstuk een zeer belangrijk, zo niet het belangrijkste, onderdeel van de cursus aansnijden, namelijk het oplossen van netwerken.

3.1 Basisgrootheden

3.1.1 Stroomsterkte

De stroomsterkte van een elektrische stroom is de hoeveelheid elektrische lading die per seconde verplaatst wordt.

De stroomsterkte $I = \frac{dq}{dt}$ wordt uitgedrukt in Coulomb per seconde ($\frac{C}{s}$) of Ampére (A).

De ampére is de stroomsterkte waarbij per seconde een hoeveelheid elektrische lading van één coulomb verplaatst wordt.

Als de stroom in een geleider steeds in dezelfde zin vloeit, spreken we van een gelijkstroom. Indien de stroom regelmatig verandert van teken spreken we van wisselstroom.

3.1.2 Spanning

Eigenlijk werd dit al besproken in vorig hoofdstuk maar nu koppelen we hier een meer praktische definitie aan.

De spanning, klemspanning of het potentiaalverschil tussen de klemmen van een kring is de arbeid die per coulomb geleverd wordt.

De praktische éénheid van spanning is de volt (V).

De spanning aan de klemmen van een verbruiker is één volt als een arbeid van één joule vereist is om een hoeveelheid elektrische lading van één coulomb erin te verplaatsen.

De elektromotorische spanning van een spanningsbron is de totale energie welke de bron per coulomb elektrische lading kan leveren.

3.1.3 Elektrische weerstand

De wet van Pouillet

Om de weerstand van een geleider te berekenen gaan we eerst eens kijken naar welke parameters een invloed hebben op de grootte ervan. We beschouwen een draad en we voelen onmiddellijk aan dat de lengte en de dikte een bepalende rol gaan spelen. Hoe langer de draad, hoe moeilijker de elektronen erdoor gaan en hoe dikker de draad , hoe makkelijker ze erdoor gaan. Dus

R$\sim l$
R$\sim \frac{1}{A}$

Tussen deze grootheden moeten we dus nog een evenredigheidsconstante gebruiken. Deze constante noemt men de specifieke weerstand of de resistiviteit. Dit is een stofconstante en zal dus verschillen al naargelang het gebruikte materiaal voor de weerstand.Deze resistiviteit wordt genoteerd met ρ. Hieruit volgt een wet die de weerstand berekend in functie van deze parameters. Deze wet noemt men de wet van Pouillet

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

Invloed van de temperatuur op de weerstand

De weerstand is in het algemeen afhankelijk van de temperatuur. Normale weerstanden zullen toenemen naargelang de temperatuur stijgt. Deze weerstanden hebben een positieve temperatuurscoefficient.Dit type noemt men dan ook PTC weerstanden. Sommige weerstanden hebben daarentegen een negatieve temperatuurscoefficient en zullen dus dalen in weerstand als de temperatuur verhoogd.Dit type noemt men NTC weerstanden en zijn eerder uitzonderlijk.De temperatuurscoefficient wordt genoteerd α.

De temperatuurscoefficient van een geleider is de weerstandsverandering per ohm en per graad temperatuursverandering.

Om de invloed van de temperatuur te berekenen kan men onderstaande formule gebruiken

$$R_T = R_0(1 + \alpha.T)$$

oefening: Een geleider van zink heeft en weerstand van 18Ω bij 20 graden celsius. De doorsnede is 6 mm^2 en de α is 0.0039 per K. Bereken de lengte ervan en de weerstand bij 60 graden celsius.De resistiviteit is $0.06.10^{-6}\Omega m$

oplossing deel 1

$$\begin{aligned} l &= R_{20}\frac{A}{\rho_{20}} \\ l &= 18\frac{0,000006}{0,06.10^{-6}}\frac{\Omega.m.m}{\Omega.m} \end{aligned}$$

oplossing deel 2

$$\begin{aligned} R_{60} &= R_{20}\frac{1+60\alpha}{1+20\alpha} \\ R_{60} &= 18\frac{1+60.0,0039}{1+20.0,0039}\Omega \end{aligned}$$

Dus de oplossing is: de draad heeft een lengte van 1800 m en een weerstand van 20,605Ω bij 60 graden celsius.

Wet van Ohm

Als we een weerstand aan een bron met regelbare spanning aansluiten merken we dat de stroom telkens evenredig toeneemt met de spanning. Met andere woorden is de verhouding van de spanning tot de stroomsterkte een constante en deze constante noemen we de weerstand. Weerstand wordt aangeduid met R.

Een verbruiker heeft een weerstand van één ohm als bij een potentiaalverschil van één volt aan de klemmen ervan en stroomsterkte van één ampére erdoor vloeit.

Hieruit volgt een zéér belangrijke wet namelijk de wet van Ohm

U= I.R

3.1.4 Elektrisch vermogen

Het elektrisch vermogen, ontwikkeld in een verbruiker of geleverd door een elektrische energiebron, is de arbeid die per seconde ontwikkeld of geleverd wordt.

In een verbruiker wordt een elektrisch vermogen van één watt ontwikkeld als een arbeid van één joule per seconde erin wordt opgenomen.

In een formule verwerkt vinden we

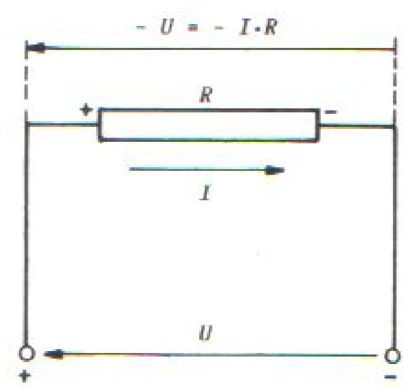
$P = U.I$ of anders geformuleerd $P = R.I^2$

Deze laatste formule geeft het verlies van vermogen in een weerstand en wordt het jouleverlies genoemd.

3.2 Oplossen van netwerken

3.2.1 Schakelen van weerstanden

Indien in een weerstand R een stroom I vloeit wordt hierin eeen potentiaaldaling U=I.R veroorzaakt, waarvan de polariteit zo is dat deze spanning de stroom tegenwerkt.

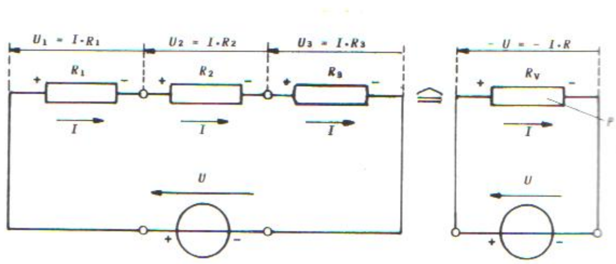


Figuur 3.1: spanning over een weerstand

Een weerstand wordt gekenmerkt door de ohmse waarde en door het vermogen dat deze weerstand kan opnemen zonder beschadiging door ontoelaatbar hoge temperatuur. Echter doordat $P = R.I^2$ kan een weerstand ook gekenmerkt worden door de maximale stroomstrekte die erdoor mag vloeien.Qua uitvoering bestaan er tal van soorten van weerstanden van draadgewikkelde tot keramische en de kleine koolstofweerstandjes die men in een labo wel kan terugvinden.

Serieschakeling van weerstanden

We merken op dat dezelfde stroom door alle weerstanden vloeit.Deze stroom zal in de respectievelijke weerstanden deelverliezen veroorzaken die we ook wel deelspanningen noemen. De som van die deelspanningen is natuurlijk de totale spanning.(Eigenlijk baseren we ons hier op de wet van behoud van energie.)



Figuur 3.2: serieschakeling van weerstanden

$U = U_1 + U_2 + U_3$

$I.R_v = I.R_1 + I.R_2 + I.R_3$

Hieruit volgt de waarde van de vervangingsweerstand

$$R_v = \sum_{k=1}^{n} R_k$$

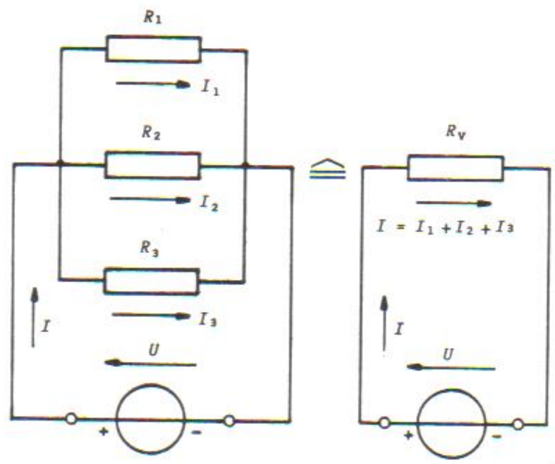
Parallelschakeling van weerstanden

Hier merkt men onmiddellijk op dat dezelfde spanning over de verschillende weerstanden staat. De stromen worden dan over de verschillende weerstanden verdeeld.

$$\frac{U}{R_v} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3}$$

Hieruit volgt dan de waarde van de vervangingsweerstand

$$\frac{1}{R_v} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k}$$



Figuur 3.3: parallelschakeling van weerstanden

3.2.2 De wetten van Kirchhoff

De eerste wet van Kirchhoff

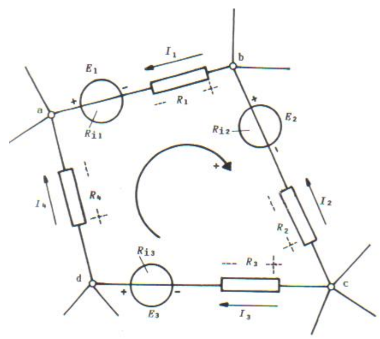
Deze wet vertelt ons iets over de stroom in een knooppunt. Als twee rivieren samenkomen zal in het punt waar deze rivieren samenkomen zich geen water ophopen. Het water stroomt weg met een groter debiet, dus in een grotere rivier. Dit geldt ook voor stromen elektronen in een geleider. In een knooppunt zullen de stromen zich vervoegen en verdere stromen met een groter debiet aan elektronen.

In elk knooppunt van een elektrisch netwerk is de som van de toevloeiende stromen gelijk aan de stroom van de wegvloeiende stromen.

$$\sum_{m=1}^{n} I_m(in) = \sum_{k=1}^{l} I_k(uit).$$

De tweede wet van Kirchhoff

Deze wet vertelt ons iets over de spanning in een netwerk. Eigenlijk komt dit neer op de wet van behoud van energie. De energie die we in een systeem steken moet er ook uitkomen, weliswaar niet noodzakelijk in dezelfde vorm. Ook in een elektrisch circuit is dit geldig. De spanningsbron levert elektrisch vermogen en de weerstanden in het circuit zullen deze energie verbruiken. De weerstanden hebben elk een deel van de geleverde spanning over hun klemmen staan en dus verbruiken zij zo door opwarming (jouleverlies)een deel van die geleverde spanning.

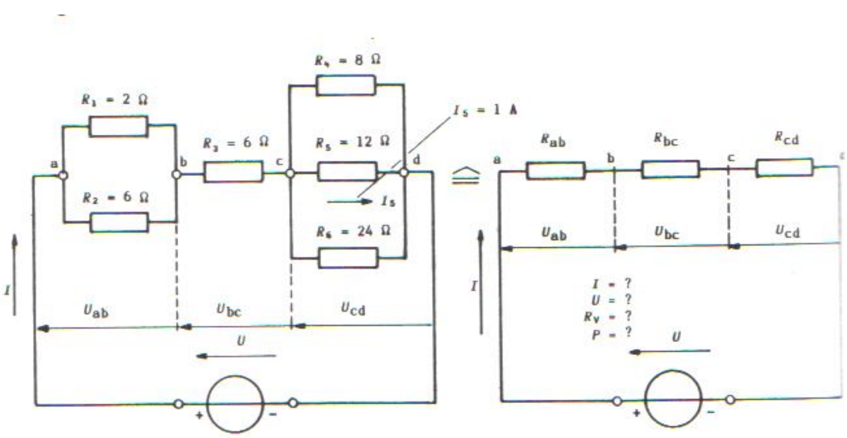


In een gesloten elektrische keten is de algebraische som van de geleverde bronspanningen gelijk aan de algebraische som van de spanningsvallen over de weerstanden.

$$\sum_{m=1}^{n} U_m = \sum_{k=1}^{l} RI_k.$$

Gewapend met deze wetten kunnen we al een begin maken met het oplossen van éénvoudige netwerken.

oefening netwerken: gemengde schakeling met 1 bron



$$C_{cd} = I_5.R_5 = 1A.12\Omega = 12V.$$

$$I_4 = \frac{U_{cd}}{R_4} = 12V : 8\Omega = 1,5A.$$

$$I_6 = \frac{U_{cd}}{R_6} = 12V : 24\Omega = 0,5A.$$

$$I = I_4 + I_5 + I_6 = 3A.$$

$$U_{bc} = I.R_3 = 3A.6\Omega = 18V.$$

$$R_{ab} = \frac{R_1.R_2}{R_1 + R_2} = 1,5\Omega.$$

$$U_{ab} = R.I_{ab} = 3A.1,5\Omega = 4,5V.$$

$$U = U_{ab} + U_{bc} + U_{cd} = 4,5 + 18 + 12 = 34,5V.$$

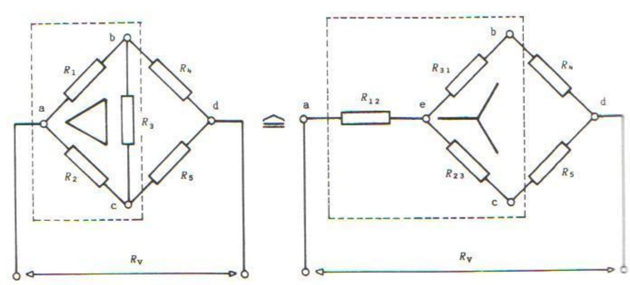
$$R_v = \frac{U}{I} = 34,5 : 3 = 11,5\Omega.$$

$$P = U.I = 34,5.3 = 103,5W.$$

3.2.3 Ster-driehoekstransformatie

In de meeste gevallen kunnen we netwerken oplossen zoals in bovenstaande oefening, doch het kan voorvallen dat de weerstanden zo geschakeld staan dat een vereenvoudiging in parallel- of serieschakeling niet doorgevoerd kan worden.

Onderstaande figuur geeft zo een voorbeeld



Figuur 3.4: ster driehoektransformatie

Bij deze transformatie vervangen we de driehoek door een equivalente ster of vice versa.

Volgende relatie's gelden voor driehoek-ster transformatie

$$\sum_{n=1}^{3} R_n = R_t.$$

$$R_{12} = \frac{R_1.R_2}{R_t}.$$

$$R_{23} = \frac{R_2.R_3}{R_t}.$$

$$R_{31} = \frac{R_3.R_1}{R_t}.$$

Volgende relatie's gelden voor de ster-driehoek transformatie

$$R_{12}.R_{23} + R_{23}.R_{31} + R_{31}.R_{12} = R_a.$$

$$R_1 = \frac{R_a}{R_{23}}.$$

$$R_2 = \frac{R_a}{R_{31}}.$$

$$R_3 = \frac{R_a}{R_{12}}.$$

3.2.4 Meerdere bronnen

Tot hiertoe hebben we netwerken opgelost waar slechts 1 bron in geplaatst stond, maaar wat moet er gebeuren als er meerdere bronnen in een netwerk geplaatst zijn.Om zulke netwerken op te lossen bestaan er twee verschillende veel gebruikte methoden, namelijk de superpositiemethode en de maasstroomtheorie.

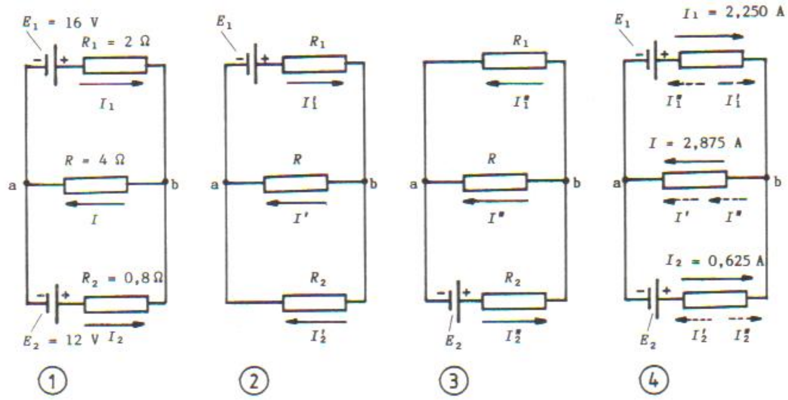
Superpositiemethode

De superpositiemethode is gebaseerd op het feit dat de stromen in een samengesteld eelktrisch circuit gelijk zijn aan de algebraische som van de deelstromen die het gevolg zijn van iedere spanningsbron afzonderlijk.

Telkens worden alle spanningsbronnen kortgesloten behalve één en worden de (deel)stromen berekend. Als de berekening voor alle bronnen is herhaald verkrijgen we in elke tak evenveel deelstromen als er bronnen zijn en maken we de som per tak van die deelstromen om de totale stroom te bekomen.

oefening superpositiemethode
oplossing:
We verwijderen eerst E_2 waarbij de kring in 2 ontstaat.
I_1' ondervindt een totale weerstand van

$$R_v' = R_1 + \frac{R.R_2}{R + R_2} = (8/3)\Omega$$



De deelstroom in de eerste tak is dan

$$I_1' = E_1/R_v' = 6A$$

De klemspanning tussen a en b is nu

$$U_{ab}' = E_1 - I_1'.R_1 = 4V$$

Zo vinden we de stromen $I^{'}$=$U^{'}_{ab}$/R=1A en $I^{'}_2$=$U^{'}_{ab}$/R$_2 = 5A$

Nu verwijderen we E_1 terwijl E_2 terug geplaatst wordt.
Stroom I_2'' ondervindt een totale weerstand

$$R_v'' = R_2 + \frac{R.R_1}{R + R_1} = (32/15)\Omega$$

De deelstroom I_2'' is dan

$$I_2'' = E_2/R_v'' = 5,625A$$

De klemspanning tussen a en b is nu

$$U_{ab} = E_2 - I_2''.R_2 = 7,5V$$

Aldus vinden we voor de stromen I''=U''_{ab}/R=1,875A en I_1''/R_1=3,75A

Nu wordt de algebraische som berekend van de deelstromen doch let wel op de richting van de stroom in het opgeloste netwerk want dit gaat het teken bepalen in de som.Tegengestelde stromen krijgen tegengestelde tekens.

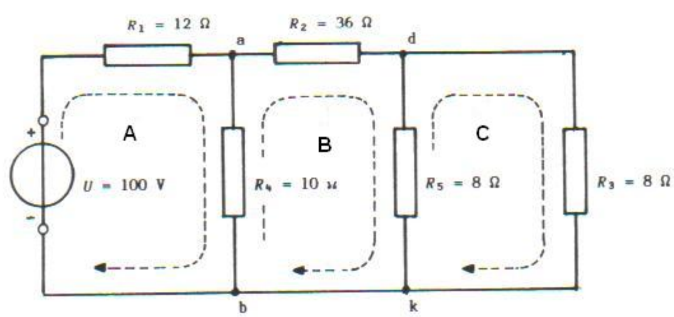
$$I_1 = I_1' + I_1'' = 6A - 3,75A = 2,25A.$$
$$I = I' + I'' = 1A + 1,875A = 2,875A.$$
$$I_2 = I_2' + I_2'' = 5,625A - 5A = 0,625A.$$

Maasstroomtheorie

Deze methode is aan te bevelen voor eender welk netwerk want is *universeel* toepasbaar ongeacht het aantal bronnen of de manier waarop de weerstanden geschakeld zijn in het netwerk. De techniek bestaat erin om in het netwerk een voldoende aantal lussen te definieren op zo'n manier dat alle takken minstens éénmaal aangesproken worden. Elke lus wordt beschouwd als een afzonderlijk netwerk dat opgelost moet worden. De vergelijkingen die daaruit volgen zijn echter gekoppeld zodat men een stelsel vergelijkingen krijgt van waaruit elke afzonderlijke stroom van elke afzonderlijke tak kan berekend worden. Om de vergelijkingen op te stellen maakt men gebruik van de wetten van Kirchhoff.

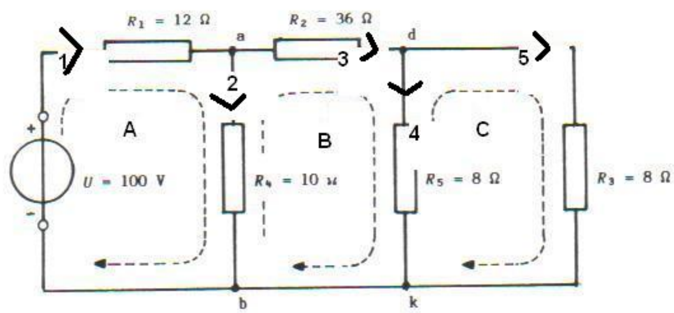
We gaan een eenvoudig netwerk bekijken en enkel de vergelijkingen opstellen. Het oplossen van een stelsel vergelijkingen gebeurt ofwel met de substitutiemethode ofwel met de methode van Cramer.

oefening: Los dit netwerk op met de maasstroomtheorie, enkel het op te lossen stelsel opstellen is voldoende.



Figuur 3.5: maasstroomtheorie

We beginnen met de spanningswet van Kirchhoff toe te passen op de drie gekozen mazen A,B en C. We moeten echter in elke tak onze stromen nog benoemen. Dit is gebeurt in onderstaande figuur.



Nu kunnen de spanningsvergelijking per maas opstellen

Maas A: $U_1 = R_1.I_1 + R_4.I_2$
Maas B: $0 = R_2.I_3 - R_4.I_2 + R_5.I_4$
Maas C: $0 = R_3.I_5 - R_5.I_4$

We hebben drie vergelijkingen en vijf onbekenden dus het stelsel is onderbepaald. We moeten nog minstens twee bijkomende vergelijkingen opstellen om het stelsel te kunnen oplossen. We hebben echter één wet nog niet gebruikt en dat is de tweede wet van Kirchhoff over de stromen in een knooppunt. We hebben twee knooppunten a en d en dus twee bijkomende vergelijkingen wat voldoende is om de stromen te vinden.

De knooppuntenvergelijkingen zijn dan

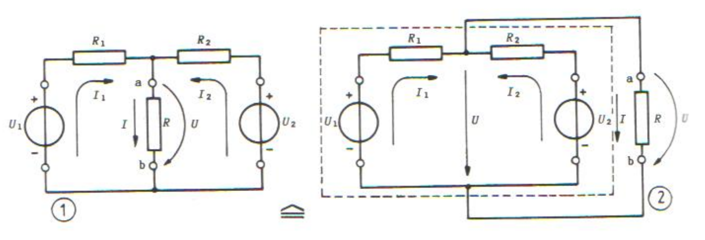
Knooppunt a: $I_1 = I_3 + I_3$
Knooppunt d: $I_3 = I_4 + I_5$

3.2.5 Stellingen van Thévenin en Norton

Met behulp van deze stellingen kan men een netwerk vervangen door een equivalent netwerk met een equivalente weerstand en een equivalente spanningsbron in het geval van Thévenin en een equivalente stroombron in het geval van Norton. Nu zijn beide methodes op zich ook equivalent en men kan van de ene op de andere overstappen zonder problemen. Eigenlijk gaan we dus een netwerk vervangen door een black box met daarin een weerstand en een spanningsbron of stroombron. Dan kan men achteraf tussen de klemmen aansluiten wat men wil, de berekeningen worden dan sterk vereenvoudigd. Dit is eigenlijk het doel van deze methode en daarom is deze methode minder geschikt om netwerken uit te rekenen.

Als men de berekeningen doet MOET men het vervangingscircuit steeds bekijken vanuit de klemmen die men naar de uitgang brengt van de black box.

oefening: Bereken het equivalent schema van Thévenin en Norton van onderstaand circuit.



$R_1 = 10\Omega, R_2 = 4\Omega, U_1 = 16V, U_2 = 12V$
Théveninequivalent:
I doorheen de keten: $I = \frac{U_1 - U_2}{R_1 + R_2} = 2/7A$

De Théveninspanning is aldus: $U_T = U_1 - R_1.I = (92/7)V$
De Théveninweerstand is aldus: $R - T = \frac{R_1.R_2}{R_1 + R_2} = (20/7)\Omega$

Nortonequivalent:

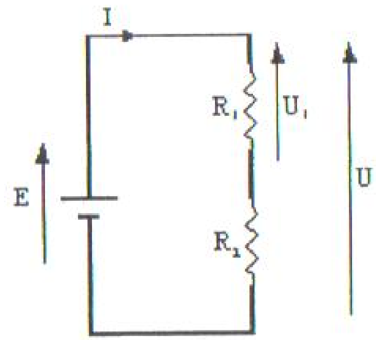
De equivalent weerstand is dezelfde doch wordt in het equivalente Nortonnetwerk parallel over de bron gezet.

De Nortonstroom wordt berekend door de uitgangsklemmen kort te sluiten en de stroom door ab te berekenen.

Dus: $I_N = I_1 + I_2 = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} = 16/10 + 12/4 = 4,6A$

3.2.6 Enkele eenvoudige toepassingen

Spanningsdeler

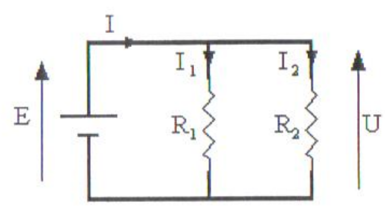


$R_1 = 8\Omega$ en $R_2 = 12\Omega$, de spanning is U=10V.
$I = \frac{U}{R_1+R_2} = 0,5A$
De spanningen over de twee weerstanden zijn dan respectievelijk

$U_1 = I.R_1 = 4V$
$U_2 = I.R_2 = 6V$

Eigenlijk kunnen we stellen dat de spanningen zich evenredig verdelen over de weerstanden $U_i = U\frac{R_i}{R_1+R_2}$

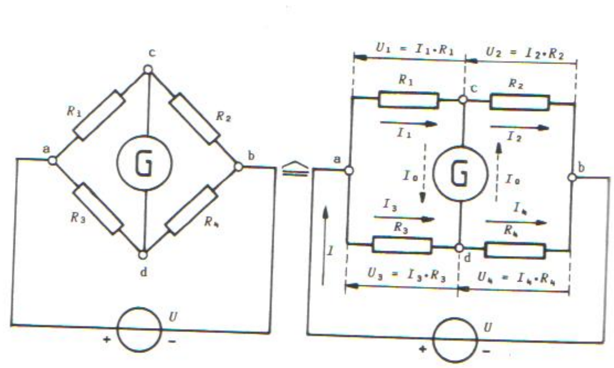
Stroomdeler



De weerstanden staan parallel dus $R_v = \frac{R_1.R_2}{R_1+R_2}$
$U = I.R_v$
$I_i = \frac{U}{R_i} = I\frac{R_2}{R_1+R_2}$

Brug van Wheatstone

De brug van Wheatstone is een netwerk samengesteld uit weerstanden die in serie-parallel geschakeld zijn.



Tussen c en d is een Galvanometer geschakeld. Een galvanometer is een zeer nauwkeurige (dus dure) ampémeter. Als de brug in evenwicht is, zal de Galvanometer niet uitslaan, dus loopt er geen stroom tussen c en d.In a verdeeld de stroom zich maar, in c of d zal deze zich niet verder opsplitsen en zal gewoon verder lopen naar b.

Dus $I_{ac} = I_{cb}$ en $I_{ad} = I_{db}$.

Bovendien staan de punten c en d op dezelfde potentiaal, dus

$$I_1R_1 = I_3R_3$$
$$I_2R_2 = I_4R_4$$

Dus $\frac{I_1R_1}{I_2R_2} = \frac{I_3R_3}{I_4R_4}$

Hieruit volgt de voorwaarde voor evenwicht in de brug van Wheatstone

$$R_1R_4 = R_2R_3$$