Hoofdstuk 2

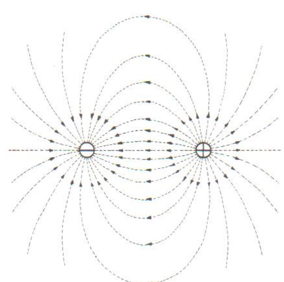
Elektrostatica

Doelstellingen

1. Weten wat potentiaal en potentiaalverschil is
2. Weten wat capaciteit en condensator is
3. Kunnen berekenen van een vervangingscapaciteit

2.1 Het elektrisch veld

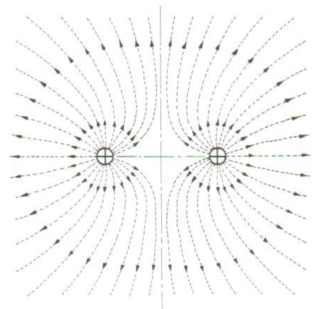
We hebben in vorig hoofdstuk gezien dat elektrische ladingen mekaar aantrekken of afstoten. In de omgeving van een lading heerst dus een krachtveld. Dit veld noemt men het elektrisch veld.



Figuur 2.1: veld van twee ladingen met tegengesteld teken

Deze krachtwerking werd door Coulomb in een wet gegoten, die dan ook de wet van Coulomb genoemd wordt.

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon r^2}$$



Figuur 2.2: veld van twee ladingen van hetzelfde teken

In deze vergelijking is r de onderlinge afstand tussen de ladingen en ϵ is de dielektrische constante. Deze dielektrische constante is gelijk aan het produkt van de dielektrische constante van het vacuum met de relatieve dielektrische constante van de middenstof.

Dus $\epsilon = \epsilon_0 * \epsilon_r$

De relatieve dielektrische constante (of permittiviteit) ϵ_r hangt af van de middenstof. Zo hebben we voor lucht $\epsilon_r = 1,0001$ en voor mica $\epsilon_r = 4$

De permittiviteit van het vacuum is gelijk aan

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4.\pi.9.10^9} \text{ Farad per meter}$$

2.1.1 Elektrische veldsterkte

De elektrische veldsterkte in een punt van een elektrisch veld is de kracht, per Coulomb, uitgeoefend op een elementaire positieve testlading, geplaatst in dat punt. De elektrische veldsterkte in dat punt is dan

$$E = \frac{F}{Q} = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2}$$

Net zoals de kracht is de veldsterkte ook een vectoriele grootheid. De waarde van de veldsterkte die een stof nog juist kan hebben voor doorslag optreedt wordt kritische veldsterkte of doorslagvastheid genoemd. De doorslagvastheid van een aantal middenstoffen is hieronder weergegeven in kV per mm

lucht	3
mica	60
olie	25

2.1.2 Elektrische potentiaal

We veronderstellen een geladen lichaam met lading Q. We brengen een elementaire lading q van het oneindige naar dit lichaam. Naarmate we het geladen lichaam naderen zal de kracht, afstotend of aantrekkend, die op de elementaire lading uitgeoefend wordt toenemen. De elementaire lading zal dus geleidelijk een toenemende hoeveelheid potentiele energie verwerven. Als de lading zich verwijderd van het lichaam zal deze energie verminderen.

De potentiele energie, welke de elementaire lading per coulomb bezit in een bepaald punt van een elektrisch veld, is de potentiaal van dat punt.

De potentiaal in een punt van een elektrisch veld is de arbeid die per coulomb geleverd wordt als een lading zich vanuit het beschouwde punt naar het oneindige verplaatst.

Voor de potentiaal vindt men onderstaande uitdrukking, met als eenheid de joule per coulomb of volt.

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon r}$$

2.1.3 Potentiaalverschil

Het begrip potentiaal heeft een groot theoretisch belang in de studie van het elektromagnetisme doch het praktisch nut ervan is beperkt. Daarentegen is vanuit praktisch oogpunt het begrip *potentiaalverschil* wel van heel groot belang.

Het potentiaalverschil tussen twee punten is de arbeid die per coulomb geleverd wordt, bij het overbrengen van een lading van het ene naar het andere punt.

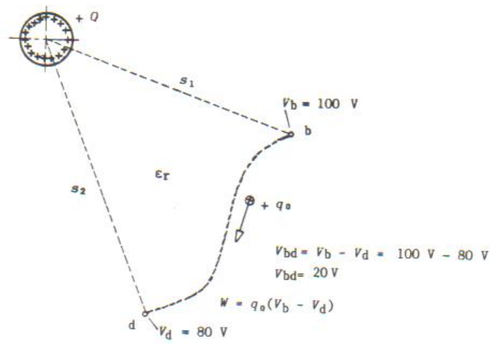
De betrekking van het potentiaalverschil volgt uit de definitie van potentiaal. Potentiaalverschil wordt ook wel spanning genoemd.

$$U = \frac{Q}{4\pi\epsilon}(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2})$$

Merk op dat de arbeid onafhankelijk is van de gevolgde weg en enkel afhankelijk van het potentiaalverschil en de grootte van de lading .

$$W = q.(V_1 - V_2) = q.U$$

Omgekeerd kunnen we uit de potentiaal of het potentiaalverschil ook het elektrisch veld terug vinden. We hebben twee vlakken met een onderling infinitesimaal klein potentiaalverschil en met een onderlinge afstand die infinitesimaal klein is. We verplaatsen de lading van het ene naar het andere oppervlak.



Figuur 2.3: potentiaalverschil tussen twee punten

De arbeid nodig om te verplaatsen is

$$\begin{aligned} W_1 &= E.dr \\ W_1 &= V - (V + dV) \end{aligned}$$

Gelijkstellen levert dan

$$E = -\frac{dV}{dr}$$

2.1.4 Capaciteit

Als een bolvormig lichaam met straal R geladen wordt met een lading Q, is de potentiaal in ieder punt op het boloppervlak gelijk, namelijk

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon R}$$

Indien we de lading doen toenemen zal de potentiaal evenredig stijgen. Een verdubbeling van de lading heeft een verdubbeling van de potentiaal tot gevolg.

De verhouding lading tot potentiaal is dus een constante en wordt de capaciteit genoemd.

$$C = \frac{Q}{V}$$

De capaciteit van een geladen bol is één farad (1F) als bij een elektrische lading van één coulomb (1C) een potentiaal van één volt (1V) ontstaat op het oppervlak ervan.

2.1.5 De condensator

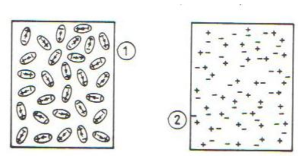
Men kan met een gering volume meer lading opslaan dan op één geleider als men gebruik maakt van een condensator. Een condensator bestaat uit twee geleiders van willekeurige vorm, platen of elektroden geheten, die gescheiden zijn door een middenstof, dielektricum geheten.

De vlakke condensator

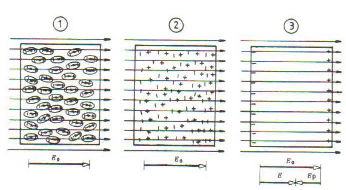
Een vlakke condensator is een stelsel van twee vlakke evenwijdige geleidende elektroden,welke gescheiden zijn door een dielektricum.

In een dielektricum komen praktisch geen vrije elektronen voor, verplaatsingen van positieve en negatieve ladingen komen derhalve praktisch niet voor. De atomen van dielektrica zijn elk afzonderlijk elektrisch neutraal, maar vormen elektrische dipolen. Als we die dipolen in een extern elektrisch veld aanbrengen zullen deze dipolen gericht worden. Met andere woorden de moleculen zullen zich richten volgens het elektrisch veld. Dit verschijnsel noemt men polariseren. Op de grensvlakken verschijnen dus polarisatieladingen.

Onderstaande tekeningen maken duidelijk wat deze polarisatie inhoudt



Figuur 2.4: middenstof voor polarisatie



Figuur 2.5: middenstof na polarisatie

Als we de capaciteit berekenen in de veronderstelling dat het veld tussen de platen homogeen is, dus het veld is even sterk in elk punt tussen de platen en de veldlijnen lopen evenwijdig komen we tot volgende factoren die de capaciteit bepalen

de oppervlakken van de platen (A) :	hoe groter, hoe meer capaciteit
de onderlinge afstand tussen de platen (d) :	hoe groter, hoe minder capaciteit
de middenstof (ϵ)	
de geometrische vorm	

Met deze factoren komen we tot volgende formule

$$C = \frac{\epsilon.A}{d}$$

De energie opgehoopt in een condensator berekend men als volgt.

Om een elementaire positieve lading van de negatieve naar de positieve plaat te brengen hebben we een arbeid nodig

$$dW = u.dq$$

Voor een capaciteit geldt

$$u = \frac{q}{C}$$

Hieruit halen we dan

$$dW = \frac{q.dq}{C}$$

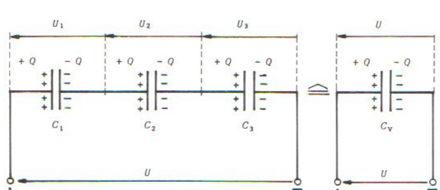
Dus

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{Q^2}{2C}$$

Schakelen van condensatoren

Serieschakeling

Onderstellen we dat drie condensatoren in serie zijn geschakeld en aangesloten op een potentiaalverschil U.



Figuur 2.6: condensatoren in serie

Als de linker elektrode van C_1 een lading +Q opneemt, zal de rechter elektrode een lading -Q hebben. Op deze wijze zal de linker elektrode van C_2 eveneens een lading +Q verkrijgen en de rechter elektrode een lading -Q.

De ladingen van in serie geschakelde condensatoren zijn allemaal gelijk, onafhankelijk van de capaciteit van iedere condensator afzonderlijk.

De vervangingscapaciteit C_v zal, bij dezelfde spanning U, eveneens een lading Q moeten opnemen.

$$C_v = \frac{Q}{U}$$

In serie verdelen de spanningen zich dus

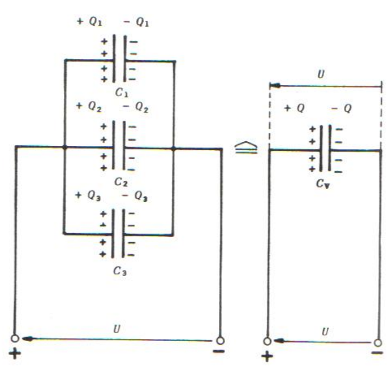
$$\begin{aligned} U &= U_1 + U_2 + U_3 \\ \frac{Q}{C_v} &= \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} \end{aligned}$$

Dus men kan stellen dat de waarde van de vervangingscondensator voor serie geschakelde condensatoren gelijk is aan

$$\frac{1}{C_v} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{C_k}$$

Parallelschakeling

Onderstellen we nu dat drie condensatoren in parallel zijn gschakeld en aangesloten op een potentiaalverschil U. Vermits de condensatoren in parallel staan, staan ze allemaal op dezelfde spanning.



Figuur 2.7: condensatoren in parallel

De drie condensatoren nemen dus verschillende ladingen op.

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

Dus daaruit volgt

$$\begin{aligned}\frac{Q}{U} &= \frac{Q_1}{U} + \frac{Q_2}{U} + \frac{Q_3}{U} \\ C_v &= C_1 + C_2 + C_3\end{aligned}$$

De vervangingscapaciteit voor condensatoren in parallel geschakeld is dus

$$C_v = \sum_{k=1}^{n} C_n$$