Chapitre 6

Introduction à la théorie du courant alternatif

Objectifs

1. Connaître les quantités électriques utilisées dans la théorie du courant alternatif
2. Savoir comment les éléments passifs R,L et C se comportent en régime AC
3. Savoir résoudre des circuits élémentaires RC ou RL
4. Savoir dessiner un diagramme vecteur d'un circuit RL of RC
5. Connaître les différentes puissances qui existent en régime AC
6. Savoir ce qu'est une facteur de puissance

6.1 Notions de base

6.1.1 Variables caractéristiques

On a un champ magnétique dans lequel tourne un noeud avec une surface S. Le flux magnétique atteindra le maximum au moment où le noeud se retrouve perpendiculair du champ magnétique.Si le noeud se retrouve sur un angle α par rapport de cette position idéale, on obtient le flux par $\Phi = BS\cos\alpha$. Si on a une vitesse angulaire de ω on obtient l'angle α par $\alpha = \omega.t$. Le flux devient

$$\Phi = BS\cos\omega.t$$

Selon Lenz il y aura une tension induite

$$-n\frac{d\Phi}{dt} = nBS\omega\sin(\omega t) = Blv\sin(\omega t)$$

Cette tension a un caractère sinusoidal et change de signe aprés chaque demi periode donc maintenant nous avons à faire à une tension alternative.

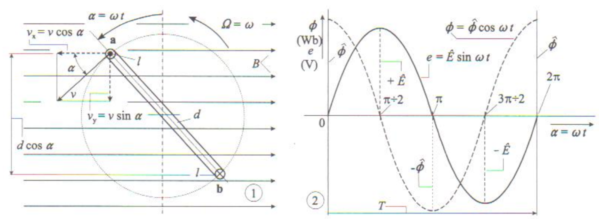

FIGURE 6.1 – création d'une tension alternative

Un signal périodique,comme dans notre cas, la tension $e = E \sin \omega t$ a un nombre de variables qui donnent une description de ce signal.

1. L' amplitude E est la tension maximale atteind.
2. La pulsation ω est la vitesse angulaire du rotor, en radians par seconde, sur lequel le noeud est fixé.La pulsation est en rapport avec la fréquence $\omega = 2\pi f$.Le réseau Européen a une fréquence de 50Hz, l'américain 60Hz.
3. Le déphasage est la différence rélative en radians entre deux variables périodique. Ceci est mis en θ
4. La période est le temps nécessaire pour que le signal fasse une période complete de 2π,ou le temps nécessaire avant que le signal se répète.La période est inversement proportionel à la pulsation

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$$

.

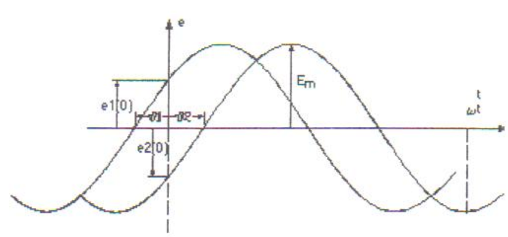

FIGURE 6.2 – variables d'un signal périodique

6.1.2 Valeurs

On a un probléme pour caractériser un signal périodique par une seule valeur parce que cette variable n'est pas constante et change dans le temps. C'est pourquoi on a réfléchi à quelques alternatives.

Valeur moyenne

La premiére c'est la valeur moyenne a_g pour une période. On pose que

$$a_g = \frac{1}{t_1 - t_2} \int_{t_1}^{t_2} a(x)\, dx.$$

De temps en temp on obtient une valeur acceptable, mais si nous calculons cette valeur pour un sinus nous obtenons 0.Cette valeur est inacceptable. On définit la valeur pour une demie période. Ceci devient

$$a_g = \frac{2}{T} \int_{0}^{\frac{T}{2}} a(x)\, dx.$$

Valeur effective

La deuxiéme alternative est de calculer la valeur effective. Ceci est la valeur la plus utilisée. La définition est la suivante

$$A = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{0}^{T} a(x)^2\, dx.}$$

En anglais la valeur effective est nommée le RMS(Root Mean Square). Cette valeur est au point de vue technique trés importante parce que cette valeur est décisive pour la production d'énergie. [1]

application : la fonction sinus

Valeur moyenne : Parce que le sinus est symétrique cette valeur est calculée pour une demi période

$$a_g = \frac{2}{T} \int_{0}^{\frac{T}{2}} E sin(\omega t)\, dt = \frac{2E}{\pi}$$

Valeur effektive :

$$A^2 = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} E^2 sin^2(\omega t)\, dt = \frac{E^2}{2}$$

Donc $A = \frac{E}{\sqrt{2}}$

6.2 Intermezzo mathématique

6.2.1 Différentiation et intégration de la fonction sinus

Prennons une fonction sinusoidale arbitraire : $e = E \sin(\omega t + \theta)$.

1. Le facteur de forme est le rapport entre la valeur éffective et la valeur moyen. Il est défini comme $\xi = \frac{A}{a_g}$

La première dérivée

$$
\begin{aligned}
\frac{de}{dt} &= \frac{d(E\sin(\omega t+\theta)}{dt} \\
&= E\omega\cos(\omega t+\theta) \\
&= E\omega\sin(\omega t+\theta+\frac{\pi}{2})
\end{aligned}
$$

L'intégral

$$
\begin{aligned}
\int E\sin(\omega t+\theta)\,dx &= \frac{E}{\omega}(-\cos(\omega t+\theta)) \\
&= \frac{E}{\omega}(sin(\omega t+\theta-\frac{\pi}{2}))
\end{aligned}
$$

6.2.2 Le diagramme-vecteur

La valeur instantanée d'une variable sinusoidale peut étre présentée comme une projection du vecteur sur l'axe Y.

– avec une longueur proportionelle á l' amplitude du vecteur
– tournante avec une vitesse angulaire égale á la pulsation ω

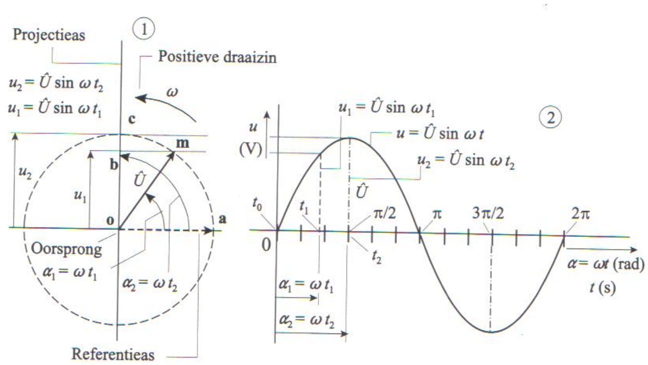

FIGURE 6.3 – diagramme-vecteur d'un sinus

6.2.3 Nombres complexes

Quand nous voyons la présentation du diagramme-vecteur nous pouvons les présenter par une partie sur l'axe X et une partie sur l'axe Y. Pour l'axe Y nous obtenons

$$a = E\sin\alpha$$

et pour l'axe X

$$b = E\cos\alpha$$

La somme vectoriélle devient

$$\underline{E} = E(\cos\alpha + j\sin\alpha)$$

Transformation de $\underline{E} = a + jb$ en valeurs effectives et déphasage devient

$$E = \sqrt{a^2 + b^2} \tag{6.1}$$

$$tg\theta = \frac{b}{a} \tag{6.2}$$

6.3 Circuits simples

6.3.1 Circuit résistif

Nous avons une résistance R une source de tension sinusoidale $u = U\sin(\omega t)$ Le courant suit la loi d' Ohm.

$$\begin{aligned} i &= \frac{u}{R} \\ i &= \frac{U\sin(\omega t)}{R} \end{aligned}$$

Le courant est donc un sinus avec la même pulsation et il n'y a pas de déphasage.La constante de proportionalité est la valeur de la résistance.Dans la théorie du courant alternatif cette constante de proportionalité est nommée la réactance et est notée $X_R = R$ pour une résistance.

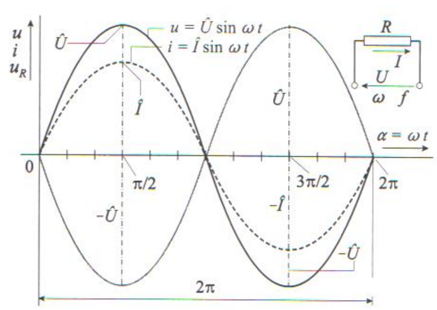

FIGURE 6.4 – régime sinusoidale pour une résistance

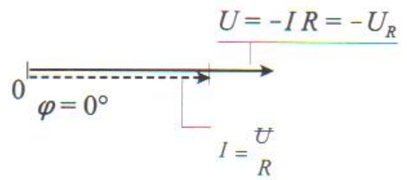

FIGURE 6.5 – diagramme-vecteur pour une circuit résistive

6.3.2 Circuit inductif

On a mis une bobine L dans un circuit avec une source de tension sinusoidale $u = U\sin(\omega t)$. Le courant suit la loi de Lenz. Comme expliqué dans le dernier chapitre, il y aura une phénomène de transition mais dans cette étude nous allons étudier le situation en régime, donc on a fermé la circuit il y a longtemps.

$$e_L = u = -L\frac{di}{dt}$$

dus

$$i = \int \frac{U}{L}\sin(\omega t)\,dt = \frac{u}{L\omega}(\sin(\omega t - \frac{\pi}{2}))$$

Nous voyons immédiatement qu'il y a un déphasage de $\frac{\pi}{2}$. Ce déphasage est négative donc *le courant se trouve aprés la tension.*On peut comprendre ceci en point de vue de physique trés facilement.La bobine essaie de lutter contre le changement de flux. Donc le courant qui va changer le flux va être arrêté le plus que possible pour ne pas changer le flux de la bobine.Donc la bobine va monter une contre-force électromotrice. Quand le courant est zero et donc le flux maximal cette contre-force électro-motrice est maximal. De l'autre côté, quand le courant est minimal ou maximal, cette contre-force électromotrice est zero.

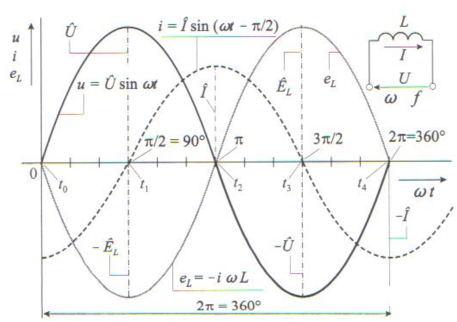

FIGURE 6.6 – régime sinusoidal d'un circuit inductif

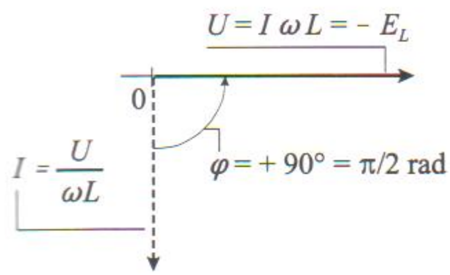

FIGURE 6.7 – diagramme-vecteur d'un circuit inductif

En plus nous retrouvons un rapport proportionnel entre tension et courant c'est ádire $U = \omega LI$ Donc cette fois ci ce n'est pas seulement la phase qui change mais aussi le largueur qui change avec ω. En général

$$X_L = j\omega L$$

et cette constante est appelée la réactance inductive.

6.3.3 Circuit capacitif

Sur un condensateur C on met une tension $u = U\sin(\omega t)$. Le courant suit la définition d'un capacité $u_C = \int U\sin(\omega t)\,dt$ Ici aussi il y aura un phénomène de transition mais nous supposons qu'on a fermé le circuit assez longtemps.

$$u_C = \frac{Q}{C} = \frac{\int i\,dt}{C}$$

donc

$$i = C\frac{du}{dt} = CU\omega\cos(\omega t)$$

et nous pouvons écrire ceci

$$i = CU\omega\sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

Maintenant nous retrouvons un déphasage positif de $\frac{\pi}{2}$ et un rapport proportionnel de $\frac{1}{j\omega C}$

Autrement dit le courant se trouve avant la tension et la réactance capacitive est

$$X_C = \frac{1}{j\omega C}$$

On peut comprendre ceci au point de vue physique. Le condensateur doit charger donc il demande du courant et aprés qu'il a pris le courant, la tension sur ces bornes augmente.

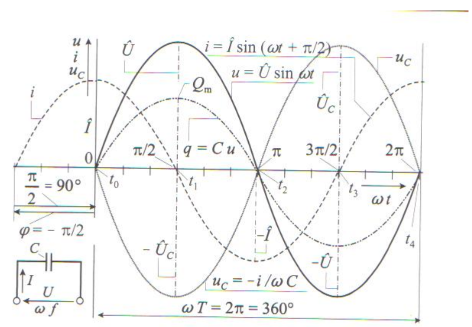

Figure 6.8 – circuit capacitif

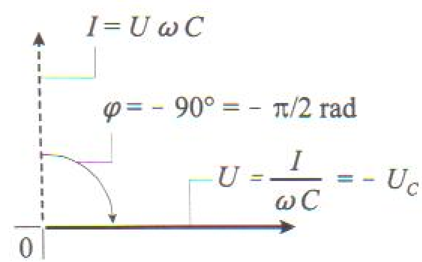

Figure 6.9 – diagramme-vecteur d'un circuit capacitif

6.4 Circuits mixtes

Maintenant que nous avons étudié les composants condensateur et bobine on peut dire que ces composants se comportent comme une résistance. [2] Ces réactances dépendent de la fréquence par lequel il y a encore d'autres phénomènes, mais ceci est pour la chapitre suivante.i

6.4.1 Le circuitRL

R et L sont mis en série. La résistance remplaçante est $X_t = X_R + X_L$

$$X_t = R + j\omega L$$

Ceci est un nombre complexe et c'est mieux de transformer en phase et module avec les formules connues.

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \tag{6.3}$$

$$tg\phi = \frac{\omega L}{R} \tag{6.4}$$

Dans cette solution Z nous avons l'impédance et ϕ le déphasage .

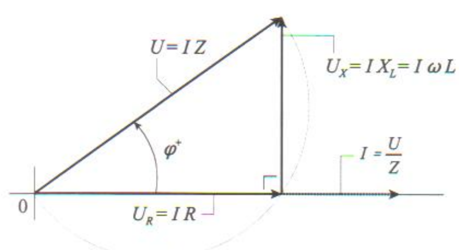

FIGURE 6.10 – diagramme-vecteur d'une circuit RL

exercise :

On a mis une résistance de 4Ω et une bobine de $\frac{30}{\pi}$ mH en série. Calculez le courant dans ce circuit quand on branche une source de 200V.

$$X_R = 4\Omega$$

2. Pour voir cela on peut calculer les unités des réactances.

$$\begin{aligned} X_L &= 2\pi 50\frac{30}{\pi} = 3\Omega \\ Z &= \sqrt{4^2+3^2} = 5\Omega \\ \phi &= \arctan\frac{3}{4} = 36,8 degrées \end{aligned}$$

Donc le courant est

$$I = \frac{200}{5}A = 40A$$

avec un déphasage de $(0 - 36,8)$ degrées donc le courant se trouve aprés la tension avec un déphasage de 36,8 degrées.

6.4.2 Circuit RC

R et C sont mis en paralléle. La réactance remplaçante est

$$\frac{1}{X_t} = \frac{1}{X_R} + \frac{1}{X_C}$$

Ceci s' écrit

$$\frac{1}{X_t} = \frac{1}{R} + \frac{1}{\frac{1}{j\omega C}}$$

Parce que c'est de nouveau un nombre complexe on met tout en module et déphasage.

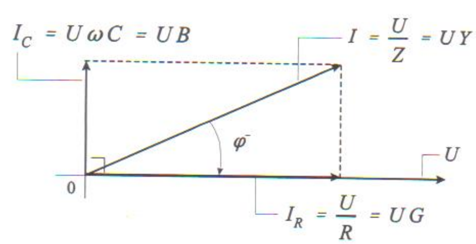

FIGURE 6.11 – diagramme-vecteur d'un circuit RC paralléle

$$\begin{aligned} \frac{1}{X_t} &= j\omega C + \frac{1}{R} \\ &= \frac{j\omega CR + 1}{R} \\ X_t &= \frac{R}{1 + j\omega RC} \\ &= \frac{R(1 - j\omega RC)}{1^2 + (\omega RC)^2} \end{aligned}$$

Le module et déphasage suivent des formules connues

$$M = \sqrt{\frac{(R^2 + (\omega C R^2)^2)}{(1 + (\omega R C)^2)^2}} \tag{6.5}$$

$$\phi = \arctan(-\omega C R) \tag{6.6}$$

6.5 Puissance dans les circuits de courant alternatif

Dans un circuit de courant directe la puissance était définié comme $P = UI$. A ce temps les variables étaient constantes. Maintenant nous avons des variables alternantes $u = U\sin(\omega t)$ et $i = I\sin(\omega t - \phi)$. Il faut calculer le produit de ces deux variables $p = u.i$ et ceci nous donne un tout autre résultat.

$$\begin{aligned} p &= U.I.\sin(\omega t).\sin(\omega t - \phi) \\ p &= U.I.sin(\omega t).(\sin((\omega t)\cos(\phi) - \cos(\omega t)\sin(\phi)) \\ p &= U.I.\cos(\phi).sin^2(\omega t) - U.I.sin(\phi)\cos(\omega t) \end{aligned}$$

Nous voyons deux composants c'est à dire un composant en $\cos(\phi)$ et un composant en $\sin(\phi)$.

Le composant en $\cos(\phi)$ est apellé la puissance active P et le terme $\cos(\phi)$ est appelé le facteur de puissance.

C'est ce facteur qui vous donne le rendement d'un circuit.Le facteur réactif vous donne la puissance qui balance entre le consommateur et le fournisseur. Celui ci ne produit que des pertes et doit être évité.

Le composant en $\sin(\phi)$ est appelé la puissance réactive Q.

Un consommateur branché sur le réseau européen doit avoir un facteur de puissance de 0.8. Aussi à bord il faut faire attention sur à ce facteur parce que si ce facteur est trop bas on a un rendement assez bas donc mauvais et on aura trop de consommation de combustible.

Il y a un rapporrt entre les puissances actives et réactives c'est á dire la puissance apparente $S = U.I$. Ce rapport est réfleté dans la formule suivante .

$$S^2 = P^2 + Q^2$$

Quand on a un mauvais rendement il y a d'autres conséquences importantes. Pour la même puissance on a besoin d'un plus grand courant donc ceci a comme conséquence

- plus de pertes de Joule
- plus gros conducteurs dans le circuit