Hogere Zeevaartschool Antwerpen

Faculteit Wetenschappen
Vakgroep Toegepaste en Exacte Wetenschappen

Vectorrekening

D. Aerts, P. Bueken, D. Luyckx, C. Reynaerts

HZS-OE5-NW142 (suppl.) - Reeks 2
Eerste jaar Bachelor Nautische Wetenschappen
Versie 14.4
26 september 2018

Inhoudstafel

Inhoudstafel 3

1 Vectorrekening 5

GEBRUIKTE SYMBOLEN

- Dit zijn eenvoudige oefeningen, in de eerste plaats bedoeld om de nodige basistechnieken in te oefenen.
- Dit is een iets moeilijkere oefening, die iets meer inzicht vraagt.
- Oefeningen met de hoogste moeilijkheidsgraad, vergelijkbaar met examenoefeningen.
- Dit zijn examenoefeningen van de voorbije jaren.
- Deze oefeningen dien je op te lossen als voorbereiding op het labo. Je brengt je oplossing, of een neerslag van je pogingen, mee naar het labo.
- Deze oefeningen worden in het aangegeven labo behandeld.
- Deze oefeningen zal je later opnieuw behandelen in de cursus Statica.

Hoofdstuk 1

Vectorrekening

◎ **1.1.** (Labo V1) Gegeven de vectoren $\vec{a} = \vec{i} - 3\vec{j}$ en $\vec{b} = -4\vec{i} + \vec{j}$. Bepaal dan

1. $|\vec{a}|$
2. $|\vec{b}|$
3. $|\vec{a} - \vec{b}|$
4. $|4\vec{a}|$
5. $3\vec{a} - 2\vec{b}$
6. $|2\vec{b} - 3\vec{a}|$
7. eenheidsvector in de richting $\vec{b}$
   vecteur unitaire, direction $\vec{b}$
8. $\vec{a}$, hoek met x-as/angle avec axe x

◎ **1.2.** (Labo V1) Bepaal de lengte van de gegeven vectoren, en de hoek die deze vectoren maken met de (positieve) x-as.

1. $\vec{i} - \vec{j}$
2. $-\vec{i} + \vec{j}$
3. $-\vec{i} - \sqrt{3}\vec{j}$

◎ **1.3.** (Labo V1) Schrijf elk van de volgende vectoren in de vorm $a\vec{i} + b\vec{j}$.

1. $\vec{OP}$ met/où $O(0,0), P(4,-2)$
2. $\vec{QR}$ met/où $Q(1,4), R(2,-4)$
3. $\vec{RQ}$ met/où $R(2,-4), Q(1,4)$

◎ **1.4.** (Labo V1) Gegeven zijn de vectoren $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ en $\vec{b} = -\vec{i} + 4\vec{j}$. Bepaal dan

1. het scalair product $\vec{a} \cdot \vec{b}$
   le produit scalaire $\vec{a} \cdot \vec{b}$
2. hoek tussen as X en vector $\vec{a} + \vec{b}$
   angle entre axe X et vecteur $\vec{a} + \vec{b}$
3. eenheidsvector, richting $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$
   vecteur unitaire, direction $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$
4. de hoek tussen $\vec{a}, \vec{b}$
   l'angle entre $\vec{a}, \vec{b}$

◎ **1.5.** (Labo V1) Bepaal, voor de gegeven vectoren $\vec{a}$ en $\vec{b}$, de scalaire en vectoriële projectie van $\vec{b}$ op $\vec{a}$.

1. $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j}, \qquad \vec{b} = -2\vec{i} + 3\vec{j},$
2. $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j}, \qquad \vec{b} = 5\vec{i} + 3\vec{j}.$

◎ **1.6.** (Labo V1) Toon aan dat, indien $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$, de vectoren $\vec{a}$ en $\vec{b}$ loodrecht op elkaar moeten staan.

◎ **1.7.** (Labo V1) Beschouwen we de vectoren $\vec{v} = a\vec{i} + \vec{j}$ en $\vec{w} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$. Bepaal a dan zó dat

1. $\vec{v} \perp \vec{w}$
2. $\vec{v} \cdot \vec{w} = 10$
3. vectoriële projectie van $\vec{v}$ op $\vec{w}$ is $\vec{v}$
   projection vectorielle de $\vec{v}$ sur $\vec{w}$ est $\vec{v}$

1.8. (Labo V1) Ontbind de vector $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j}$ in een component evenwijdig met en een component loodrecht op de vector $\vec{b} = 4\vec{i} + 2\vec{j}$.

1.9. (Labo V1) Bereken het scalaire en vectoriële product van de vectoren $\vec{u} = 3\vec{i}+2\vec{j}$ en $\vec{v} = 4\vec{i}-2\vec{j}$.

1.10. (Labo V1) Gegeven zijn de punten $A(3,4)$, $B(2,1)$ en $C(5,2)$. Bepaal de oppervlakte van het parallellogram met AB en AC als zijden. Bepaal de oppervlakte van de driehoek $\triangle ABC$.

1.11. Bereken de resultante $\vec{F}$ van de vectoren $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ en $\vec{F_3}$ in het vlak. De vector $\vec{F_1}$ heeft kentallen $(6,-1)$. De vector $\vec{F_2}$ heeft modulus 10 en heeft dezelfde richting en zin als de vector $\vec{P_1P_2}$, waarbij $P_1(1,2)$ en $P_2(5,5)$. De vector $\vec{F_3}$ heeft modulus $6\sqrt{2}$ en maakt een hoek van $\frac{3\pi}{4}$ rad met de positieve x-as.

1.12. De vector $\vec{F_1}$ in het vlak heeft modulus $3 \cdot 10^3$ en maakt een hoek van $60°$ met de positieve x-as. De vector $\vec{F_r}$ heeft modulus $6 \cdot 10^3$ en heeft richting en zin van de negatieve y-as. Bepaal de vector $\vec{F_2}$ zó dat de resultante $\vec{F_r} + \vec{F_1} + \vec{F_2} = \vec{o}$. Bepaal de modulus van de vector $\vec{F_2}$ en de hoek θ tussen deze vector en de y-as.

1.13. De resultante $\vec{F}$ van drie vectoren $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ en $\vec{F_3}$ in het vlak heeft modulus 160 en heeft de richting en zin van de positieve y-as. De vector $\vec{F_1}$ heeft kentallen $(20,40)$. De vector $\vec{F_3}$ heeft modulus 100 en heeft de richting en zin van de vector $\vec{OA}$, met $A(-4,3)$. Bepaal de vector $\vec{F_2}$, de modulus van deze vector en de hoek φ tussen deze vector en de positieve y-as.

1.14. We beschouwen de punten $A(\frac{5}{2},0)$, $B(0,-2)$ en $C(-\frac{5}{2},0)$ in het vlak. De vector $\vec{F_1}$ heeft richting en zin van de vector $\vec{BA}$, de vector $\vec{F_2}$ heeft richting en zin van de vector $\vec{BC}$, de vector $\vec{F_w}$ heeft modulus 75 en heeft de richting en zin van de negatieve y-as. Bepaal de modulus van de vectoren $\vec{F_1}$ en $\vec{F_2}$ zó dat de resultante

$$\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_w} = \vec{o}.$$

1.15. De vector $\vec{F}_w$ heeft modulus 600, zijn richting en zin zijn die van de positieve y-as. De vector $\vec{F}_c$ heeft modulus 1200, zijn richting en zin zijn die van de positieve x-as. De vector $\vec{T}_1$ heeft dezelfde richting als de x-as, terwijl vector $\vec{T}_2$ de richting van de y-as volgt. Bepaal de moduli van de vectoren $\vec{T}_1$ en $\vec{T}_2$, en bepaal de vector $\vec{r} = a\vec{i} - 0.25\vec{j}$ zó dat

$$\vec{F}_w + \vec{F}_c + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{o}, \qquad \vec{r} \times (\vec{T}_1 + \vec{T}_2) = \vec{o}.$$

1.16. Gegeven zijn de vectoren $\vec{v} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ en $\vec{w} = 2\vec{i} + \vec{j}$. Bereken:

1.	$\lvert\vec{v}\rvert$	8.	$\vec{w} - 2\vec{v}$
2.	$\lvert\vec{w}\rvert$	9.	$3\vec{v} + 4\vec{w}$
3.	$\vec{v} + \vec{w}$	10.	$\lvert 3\vec{v} - 5\vec{w}\rvert$
4.	$\vec{v} - \vec{w}$	11.	$\lvert 4\vec{v} + 5\vec{w}\rvert$
5.	$4\vec{v}$	12.	$\lvert\vec{v} + \vec{w}\rvert - \lvert\vec{v}\rvert$
6.	$-2\vec{w}$	13.	$\vec{v} \cdot \vec{w}$
7.	$\vec{v} + 2\vec{w}$	14.	$\vec{v} \cdot \vec{v} + \vec{w} \cdot \vec{w}$

1.17. Bereken de hoek gevormd door de vectoren $\vec{v} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ en $\vec{w} = 2\vec{i} + \vec{j}$.

1.18. Toon aan dat de vectoren $\vec{v} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ en $\vec{w} = 8\vec{i} - 6\vec{j}$ loodrecht op elkaar staan.

1.19. Bereken de scalaire en vectoriële projectie van de vector $\vec{v} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ op $\vec{w} = 2\vec{i} + \vec{j}$. Doe hetzelfde voor de projectie van $\vec{w}$ op $\vec{v}$.

1.20. Gegeven zijn de vectoren $\vec{v} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$ en $\vec{w} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$. Bereken:

1.	$\lvert\vec{v}\rvert$	8.	$\vec{w} - 2\vec{v}$
2.	$\lvert\vec{w}\rvert$	9.	$3\vec{v} + 4\vec{w}\rvert$
3.	$\vec{v} + \vec{w}$	10.	$\lvert 3\vec{v} - 5\vec{w}\rvert$
4.	$\vec{v} - \vec{w}$	11.	$\lvert 4\vec{v} + 5\vec{w}\rvert$
5.	$4\vec{v}$	12.	$\lvert\vec{v} + \vec{w}\rvert - \lvert\vec{v}\rvert$
6.	$-2\vec{w}$	13.	$\vec{v} \cdot \vec{w}$
7.	$\vec{v} + 2\vec{w}$	14.	$\vec{v} \cdot \vec{v} + \vec{w} \cdot \vec{w}$

◎ **1.21.** (Labo V2) Bepaal b_x, b_z en c_y zó dat de vectoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ en $\vec{c}$ onderling loodrecht zijn.

$$\vec{a} = 5\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$$
$$\vec{b} = b_x\vec{i} + 2\vec{j} + b_z\vec{k}$$
$$\vec{c} = 3\vec{i} + c_y\vec{j} + \vec{k}$$

◎ **1.22.** (Labo V2) Bepaal een eenheidsvector $\vec{n}$ loodrecht op de vectoren $\vec{a}$ en $\vec{b}$.

$$\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k} \qquad \vec{b} = \vec{i} - 2\vec{k}$$

◎ **1.23.** (Labo V2) Gegeven de vectoren

$$\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}, \quad \vec{v} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}, \quad \vec{w} = \vec{j} - \vec{k},$$

bepaal dan

1. $\vec{u} \cdot \vec{v}$
2. $\vec{u} \times \vec{v}$
3. de vectoriële projectie van $\vec{u}$ op $\vec{w}$
   projection vectorielle de $\vec{u}$ sur $\vec{w}$
4. $\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w})$

◎ **1.24.** (Labo V2) Bepaal de vergelijking van de rechte door de punten $P(-4, 2, 1)$ en $Q(-3, 5, 3)$.

◎ **1.25.** (Labo V2) Bereken de oppervlakte van de driehoek $\triangle ABC$, gevormd door de punten

$$A(0, 2, 1), \quad B(-4, 1, -2), \quad C(1, 1, -2)$$

◎ **1.26.** (Labo V2) Bepaal het vergelijking van het vlak door de drie punten

$$P(-4, 0, 2), \quad Q(1, -3, 1), \quad R(2, -2, 6)$$

◎ **1.27.** (Labo V2) Bepaal de vergelijking van de rechte door het punt $P(1, 2, 1)$, evenwijdig met de rechte gegeven door de vergelijking

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{5}$$

◎ **1.28.** (Labo V2) Bepaal de vergelijking van de rechte door het punt $P(1,2,2)$ loodrecht op de vectoren $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}$ en $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$.

◎ **1.29.** (Labo V2) Bepaal het volume van het parallellepipedum gevormd door de vectoren

$$\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j} - 3\vec{k}, \quad \vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j}, \quad \vec{c} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}.$$

◎ **1.30.** (Labo V2) Bepaal het vergelijking van het vlak door het punt $A(1,3,-4)$ en loodrecht op de vlakken

$$2x - 4y + 3z = 2, \qquad x - 3y + z = 4.$$

♲ **1.31.** De vector $\vec{w}_1$ in de drie-dimensionale ruimte heeft modulus 200, maakt een hoek van $\frac{\pi}{6}$ rad met de y-as en van $\frac{\pi}{3}$ rad met de x-as. De vector $\vec{w}_2$ heeft modulus 100 en richting en zin van de positieve y-as, terwijl $\vec{w}_3$ modulus 500 heeft en zijn richting en zin die zijn van de negatieve x-as. De vector $\vec{w}_4$, tot slot, heeft modulus 150, richting en zin van de positieve z-as. Bepaal de resultante $\vec{w}$ van deze vier vectoren en de modulus van deze resultante.

♲ **1.32.** We beschouwen de punten $A(1.2, 1.2, 0)$, $B(-1.2, 1.2, 0)$, $C(0, -1.2, 0)$ en $D(0, 0, 2.4)$ in de drie-dimensionale ruimte. De vector $\vec{T}_1$ heeft richting en zin van de vector $\vec{AD}$, vector $\vec{T}_2$ heeft richting en zin van de vector $\vec{BD}$ en vector $\vec{T}_3$ heeft richting en zin van de vector $\vec{CD}$, de vector $\vec{F}_w$ heeft modulus $18 \cdot 10^3$ en richting en zin van de negatieve z-as. Bepaal de modulus van de vectoren $\vec{T}_1$, $\vec{T}_2$ en $\vec{T}_3$ zó dat de resultante

$$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{T}_3 + \vec{F}_w = \vec{o}.$$

1.33. We beschouwen de punten $A(\frac{3,4}{4},0,0)$, $B(1,1,0)$ en $C(1.4,-1,0)$ in de drie-dimensionale ruimte. De vector $\vec{F_w}$ heeft modulus 4 en richting en zin van de negatieve z-as. De vector $\vec{F_1}$ heeft modulus 2 en dezelfde richting en zin als $\vec{F_w}$, terwijl $\vec{F_2}$ modulus 1 heeft, en de tegengestelde zin heeft. Bepaal de vector $\vec{F_r}$ en de vector $\vec{M}$ zó dat de resultantes

$$\vec{F_w}+\vec{F_1}+\vec{F_2}+\vec{F_r}=\vec{o}, \qquad \vec{M}+\vec{OA}\times\vec{F_w}+\vec{OB}\times\vec{F_1}+\vec{OC}\times\vec{F_2}=\vec{o}.$$

1.34. De vector $\vec{AC}$ heeft modulus 9 en maakt een hoek van 200° met de x-as, de vector $\vec{AB}$ heeft dezelfde richting en zin, en heeft modulus 6. De vector $\vec{F_w}$ heeft modulus 2000 en wijst in de zin van de negatieve y-as, terwijl de vector $\vec{F_t}$ een hoek van 60° maakt met de x-as. Bepaal de modulus F_t van de vector $\vec{F_t}$ zó dat

$$\vec{M}=\vec{AC}\times\vec{F_w}+\vec{AB}\times\vec{F_t}=\vec{o}.$$

Bepaal vervolgens de vector $\vec{F_A}$ zó dat de resultante

$$\vec{F_w}+\vec{F_t}+\vec{F_A}=\vec{o}.$$

1.35. Bereken de hoek gevormd door de vectoren $\vec{v}=3\vec{i}+4\vec{j}+5\vec{k}$ en $\vec{w}=2\vec{i}-\vec{j}-2\vec{k}$.

1.36. Bereken de scalaire en vectoriële projectie van de vector $\vec{v}=3\vec{i}+4\vec{j}+5\vec{k}$ op $\vec{w}=2\vec{i}-\vec{j}-2\vec{k}$. Doe hetzelfde voor de projectie van $\vec{w}$ op $\vec{v}$.

1.37. Gegeven zijn de vectoren $\vec{a}=3\vec{i}+4\vec{j}+5\vec{k}$, $\vec{b}=2\vec{i}-\vec{j}-2\vec{k}$ en $\vec{c}=\vec{i}-\vec{j}-4\vec{k}$. Bereken:

1. $\vec{a}\cdot\vec{b}$
2. $\vec{b}\cdot\vec{c}$
3. $\vec{c}\cdot\vec{a}$
4. $\vec{a}\times\vec{b}$
5. $\vec{a}\times\vec{c}$
6. $\vec{b}\times\vec{c}$
7. $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}$
8. $(\vec{a}\times\vec{c})\cdot\vec{b}$
9. $\vec{a}\cdot(\vec{c}\times\vec{b})$
10. $\vec{a}\times(\vec{b}\times c)$
11. $(\vec{a}\times\vec{b})\times c$
12. $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot(\vec{a}\times\vec{c})$
13. $(\vec{a}\times\vec{b})-(\vec{a}\times\vec{c})$

1.38. Gegeven zijn de vectoren $\vec{a}=3\vec{i}+4\vec{j}+5\vec{k}$, $\vec{b}=2\vec{i}-\vec{j}-2\vec{k}$ en $\vec{c}=\vec{i}-\vec{j}-4\vec{k}$. Bereken de oppervlakte van het parallellogram opgespannen door $\vec{a}$ en $\vec{c}$. Bereken het volume van het parallellepipedum opgespannen door de drie vectoren.

1.39. Beschouw de punten $P(4,11,-3)$, $Q(5,4,0)$, $R(-3,-2,1)$ en $S(0,2,6)$ in de drie-dimensionale ruimte. Bepaal de vectoriële projectie van de vector $\vec{RS}$ op de vector $\vec{PQ}$.

☆ **1.40.** Beschouw de punten $P(-2,-1,1)$, $Q(4,2,9)$, $R(-3,5,0)$ en $S(0,9,0)$ in de drie-dimensionale ruimte.
Bepaal de scalaire en de vectoriële projectie van de vector $\vec{PQ}$ op de vector $\vec{RS}$.
Bereken de hoek gevormd door de vectoren $\vec{PQ}$ en $\vec{RS}$.
Bepaal een eenheidsvector $\vec{n}$ die loodrecht staat op de vectoren $\vec{PQ}$ en $\vec{RS}$.

☆ **1.41.** Beschouw de punten $P(1,1,8)$, $Q(1,-1,-2)$ en $R(2,-1,1)$ in de drie-dimensionale ruimte.
Bepaal de vergelijking van het vlak α door de drie punten P, Q en R.
Bepaal de vergelijking van het vlak door het punt R, loodrecht op de vector $\vec{PQ}$.
Bepaal de vergelijking van de rechte door het punt R, evenwijdig met de rechte door de punten P en Q.
Bereken de oppervlakte van de driehoek $\triangle PQR$.

☆ **1.42.** Beschouw de punten $P(1,1,2)$, $Q(1,-1,8)$ en $R(1,2,-1)$ in de drie-dimensionale ruimte.
Bepaal de vergelijking van het vlak α door de drie punten P, Q en R.
Bepaal de vergelijking van het vlak door het punt R, loodrecht op de vector $\vec{PQ}$.
Bepaal de vergelijking van de rechte door het punt R, evenwijdig met de rechte door de punten P en Q.
Bereken de oppervlakte van de driehoek $\triangle PQR$.

☆ **1.43.** Beschouw de punten $P(-3,1,8)$, $Q(-2,-3,5)$ en $R(2,14,-4)$ in de drie-dimensionale ruimte.
Bepaal de vergelijking van het vlak α door deze drie punten.
Bepaal de coördinaten van het punt S dat het vierde hoekpunt vormt van een parallellogram $PQRS$.
Bepaal de vergelijking van de rechte door het punt S, loodrecht op het vlak α.
Bereken de oppervlakte van de driehoek $\triangle PQR$.

☆ **1.44.** Beschouw de punten $P(2,-3,4)$, $Q(7,-2,3)$ en $R(9,-5,7)$ in de drie-dimensionale ruimte.
Bepaal de vergelijking van het vlak α door deze drie punten.
Bepaal de coördinaten van het punt S dat het vierde hoekpunt vormt van een parallellogram $PQRS$.
Bepaal de vergelijking van de rechte door het punt S, loodrecht op het vlak α.
Bereken de oppervlakte van de driehoek $\triangle PQR$.

Oplossingen - Solutions

1.1.

1. $\sqrt{10}$
2. $\sqrt{17}$
3. $\sqrt{41}$
4. $4\sqrt{10}$
5. $11\vec{i} - 11\vec{j}$
6. $\sqrt{242}$
7. $\pm \frac{1}{\sqrt{17}}(-4\vec{i} + \vec{j})$
8. $\alpha = 1,602\pi$

1.2.

1. $\sqrt{2}, \quad \frac{7\pi}{4}$
2. $\sqrt{2}, \quad \frac{3\pi}{4}$
3. $2, \quad \frac{4\pi}{3}$

1.3.

1. $\vec{OP} = 4\vec{i} - 2\vec{j}$,
2. $\vec{QR} = \vec{i} - 8\vec{j}$,
3. $\vec{RQ} = -\vec{i} + 8\vec{j}$,

1.4.

1. -14
2. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{i} + \vec{j}, \theta = \frac{\pi}{4}$
3. $\pm (\frac{7}{\sqrt{373}}\vec{i} - \frac{18}{\sqrt{373}}\vec{j})$
4. $\theta = 0,891\pi$

1.5.

1. $-\frac{1}{\sqrt{5}}, \qquad -\frac{2}{5}\vec{i} - \frac{1}{5}\vec{j}$
2. $\frac{14}{\sqrt{10}}, \qquad \frac{7}{5}\vec{i} + \frac{21}{5}\vec{j}$

1.6.

1.7.

1. $a = -\dfrac{4}{3}$
2. $a = 2$
3. $a = \dfrac{3}{4}$

1.8.

$$2\vec{i} + \vec{j}, \qquad -\vec{i} + 2\vec{j}$$

1.9.

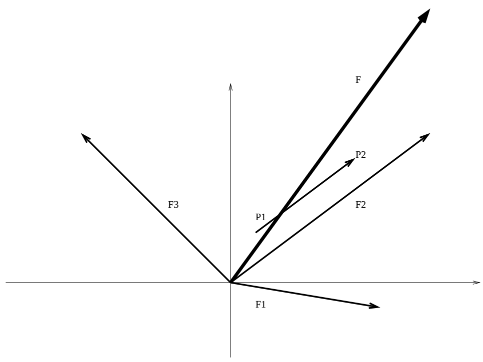
$$8, \qquad -14\vec{k}$$

1.10.

$$8, \quad 4$$

1.11.

$$\vec{F} = 8\vec{i} + 11\vec{j}$$



Figuur 1.

1.12.

$$\vec{F}_2 = -1500\vec{i} + 3402\vec{j}, \qquad |\vec{F}_2| = 3718, \qquad \theta = 23,8^\circ$$

1.13.

$$\vec{F}_2 = 60\vec{i} + 60\vec{j}, \qquad |\vec{F}_2| = 60\sqrt{2}, \qquad \varphi = 45°$$

1.14.

$$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = 60$$

1.15.

$$\vec{T}_1 = -1200\vec{i}, \qquad \vec{T}_2 = -600\vec{j}, \qquad |\vec{T}_1| = 1200, \qquad |\vec{T}_2| = 600, \qquad \vec{r} = -0,5\vec{i} - 0,25\vec{j}$$

1.16.

1. 5
2. $\sqrt{5}$
3. $5\vec{i} + 5\vec{j}$
4. $\vec{i} + 3\vec{j}$
5. $12\vec{i} + 16\vec{j}$
6. $-4\vec{i} - 2\vec{j}$
7. $7\vec{i} + 6\vec{j}$
8. $-4\vec{i} - 7\vec{j}$
9. $17\vec{i} + 16\vec{j}|$
10. $5\sqrt{2}$
11. $5\sqrt{37} = 30,4$
12. $5\sqrt{2} - 5 = 2,1$
13. 10
14. 30

1.17.

$$26°34'$$

1.18.

$$\vec{v} \cdot \vec{w} = 0 \Rightarrow \vec{v} \perp \vec{w}$$

1.19.

$$2\sqrt{5}, \quad 4\vec{i} + 2\vec{j}, \quad 2, \quad \frac{6}{5}\vec{i} + \frac{8}{5}\vec{j}$$

1.20.

1. $5\sqrt{2}$
2. 3
3. $5\vec{i} + 3\vec{j} + 3\vec{k}$
4. $\vec{i} + 5\vec{j} + 7\vec{k}$
5. $12\vec{i} + 16\vec{j} + 20\vec{k}$
6. $-4\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$
7. $7\vec{i} + 2\vec{j} + 1\vec{k}$
8. $-4\vec{i} - 9\vec{j} - 12\vec{k}$
9. $17\vec{i} + 8\vec{j} + 7\vec{k}$
10. $\sqrt{915} = 30,2$
11. $\sqrt{705} = 26,6$
12. $\sqrt{43} - 5\sqrt{2} = -0,5$
13. -8
14. 59

1.21.

$$b_x = \frac{29}{2}, \qquad b_z = -\frac{51}{2}, \qquad c_y = -9$$

1.22.

$$\vec{n} = \pm\frac{1}{\sqrt{6}}(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$$

1.23.

1. 2
2. $2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$
3. $\vec{w}$
4. -4

1.24.

$$\begin{cases} x = t - 4 \\ y = 3t + 2 \\ z = 2t + 1 \end{cases}, \qquad x + 4 = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{2}$$

1.25.

$$\frac{5\sqrt{10}}{2}$$

1.26.

$$-14x - 26y + 8z = 72$$

1.27.

$$\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{5}$$

1.28.

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2}, \quad z = 2$$

1.29.

$$1$$

1.30.

$$5x + y - 2z = 16$$

1.31.

$$\vec{w} = -400\vec{\imath} + 100(1+\sqrt{3})\vec{\jmath} + 150\vec{k}, \qquad |\vec{w}| = 507$$

1.32.

$$|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = 5511, \qquad |\vec{T}_3| = 10062.$$

1.33.

$$\vec{F}_r = 5\vec{k}, \qquad |\vec{F}_r| = 5, \qquad \vec{M} = 3\vec{\imath} - 4\vec{\jmath}.$$

1.34.

$$F_t = 1949, \qquad \vec{F}_A = -975\vec{\imath} + 312\vec{\jmath}$$

1.35.

$$112°9'$$

1.36.

$$-\frac{8}{3}, \quad , -\frac{16}{9}\vec{\imath} + \frac{8}{9}\vec{\jmath} + \frac{16}{9}\vec{k}, -\frac{4\sqrt{2}}{5}, \quad , -\frac{12}{25}\vec{\imath} - \frac{16}{25}\vec{\jmath} - \frac{4}{5}\vec{k},$$

1.37.

1. -8	4. $-3\vec{i}+16\vec{j}-11\vec{k}$	7. 25	10. $-34\vec{i}+13\vec{j}+10\vec{k}$
2. 11	5. $-11\vec{i}+17\vec{j}-7\vec{k}$	8. -25	11. $-75\vec{i}-23\vec{j}-13\vec{k}$
3. -21	6. $2\vec{i}+6\vec{j}-1\vec{k}$	9. -25	12. 382
			13. $8\vec{i}-1\vec{j}-4\vec{k}$

1.38.

$$3\sqrt{51}=21,4, \qquad 25$$

1.39.

$$-\frac{10}{59}\vec{i}+\frac{70}{59}\vec{j}-\frac{30}{59}\vec{k}$$

1.40.

$$p_s=6, \quad p_v=\frac{18}{5}\vec{i}+\frac{24}{5}\vec{j}, \quad \theta=54°55', \quad \vec{n}=-\frac{32\sqrt{73}}{365}\vec{i}+\frac{24\sqrt{73}}{365}\vec{j}+\frac{3\sqrt{73}}{73}\vec{k}$$

1.41.

$$\begin{aligned}&3x+5y-z=0,\\&y+5z=4,\\&x=2,5y-z=-6,\\&\sqrt{35}\end{aligned}$$

1.42. De punten P, Q en R zijn collineair, er zijn daarom veel oplossingen voor de eerste vraag mogelijk. Elk vierde punt S in de ruimte (niet op de rechte door de drie punten gelegen), of elke vector $\vec{n}$ loodrecht op $\vec{PQ}$ levert een mogelijke oplossing.
Les points P, Q et R se trouvent sur une droite, on a donc plusieurs solutions pour la première question. Un quatrième point S (qui n'est pas situé sur la droite à travers les trois points), ou un vecteur $\vec{n}$ qui est perpendiculaire au vecteur $\vec{PQ}$, nous donne une solution possible.

$$\begin{aligned}&\alpha x+3\beta y+\beta z=\alpha+5\beta, \quad \alpha,\beta\in\mathbb{R}\\&y-3z=5\\&x=1, \quad 3y+z=5\\&0\end{aligned}$$

1.43.

$$29x - y + 11z = 0$$
$$S(1, 18, -1)$$
$$\frac{x-1}{29} = \frac{y-18}{-1} = \frac{z+1}{11}$$
$$\frac{9\sqrt{107}}{2}$$

1.44.

$$x - 22y - 17z = 0$$
$$S(4, -6, 8)$$
$$\frac{x-4}{1} = \frac{y+6}{-22} = \frac{z-8}{-17}$$
$$\frac{3\sqrt{86}}{2}$$